***Максимум за задание 7 баллов***

5 класс

1) На столе лежали 6 карточек с цифрами (см. рис 1). Когда к столу подошел Коля, он с легкостью разбил их на две кучки по три карты, так что сумма цифр в каждой кучке оказалось одинаковой. Как ему это удалось это сделать?

Рис. 1

***Решение****: Коле удалось это сделать, потому что он представил набор лежащих перед ним карточек, как 1,2,3,4,5,9, отсюда несложно заметить, что 1+2+9=3+4+5=12.*

2) В ребусе каждая буква заменяет собой некоторую цифру. Разным буквам соответствуют разные цифры. Решите ребус, учитывая, что Ч=4:

Решение обоснуйте, а в ответе запишите хотя бы один из возможных вариантов.

***Решение:***  *Один из возможных вариантов решения и обоснования ответа.
Шаг 1:Поскольку сумма двух пятизначных чисел дает - шестизначное, а максимальное значение У+У=18, то З=1
Шаг 2: Так как З=1, то У может принимать значения из множества {5,6,8}, поскольку Ч=4, и соответственно от У переходит единица в следующий разряд, откуда А=9. Если бы У=7, то Н=4, чего быть не может, так как Ч=4.
Шаг 3: Допустим, что У=5, тогда сразу получаем, что Н=0, и отсюда как вывод, что С=3, так как переход единицы в следующий разряд невозможен, а при С=2 будем получать, что И=4, чего быть не может. Имеем, что У=5,Ч=4,С=3,З=1,Н=0,А=9
Шаг 4: Очевидно, что при Ь=2, Я=4 и это противоречит уже полученному. Из этого делается вывод, что Ь может принимать значения из множества {6,8}. Допустим, что Ь=6, тогда Я=2, И=7
В итоге получаем 54536+54536=109072*

*Для получения полного балла, достаточно привести хотя бы один из возможных вариантов решения с обоснованием переходов.*

3) В ряд выписано 10 десяток: 10101010101010101010.

Поставьте между ними знаки так, чтобы в результате получилось число 2019

***Решение***: 1010+1010+10-10+10-10-10:10=2019

4) Василий с сыном и Сергей с сыном увлекаются коллекционированием моделей автомобилей. Коллекция Василия содержит столько же моделей, сколько и у его сына, а коллекция Сергея в пять раз больше - чем у его сына. Может ли быть во всех коллекциях в сумме 55 моделей? Ответ обоснуйте.

***Решение****: 1) Предположим, что Василий с сыном и Сергей с сыном никак не связаны родственными связями. Пусть в коллекции Василия -* ***х*** *моделей, тогда исходя из условия в коллекции его сына также* ***х*** *- моделей. Пусть в коллекции сына Сергея -* ***у*** *моделей, тогда у самого Сергея****5у*** *моделей. Получаем в сумме* ***2х+6у=55****, отсюда вытекает противоречие с исходным предположением, поскольку в левой части оба числа четные, а результат нечетный. Значит все действующие персонажи связаны родственными связями.
2) Предположим, что Василий - это сын Сергея, тогда если в коллекции Василия* ***х*** *- моделей, то в коллекции его сына также -* ***х****, а у Сергея -* ***5х*** *моделей. Откуда получаем* ***7х=55.*** *Очевидно, что такое невозможно.
3) Остался последний вариант, если Сергей - это сын Василия, тогда если обозначим число моделей у сына Сергея за* ***х****, то у Сергея их будет* ***5х****, аналогично у Василия -****5х****. В сумме имеем* ***11х=55****. Значит в сумме во всех коллекциях может быть 55 моделей.*

5) Из летнего лагеря "Юность" в аквапарк отправилась группа из 20 отдыхающих. Всего в аквапарке имеется семь различных аттракционов. Может ли так получиться, что не найдется хотя бы двух отдыхающих, для определенности обозначим их как I и II, таких, что все аттракционы которые посетил I, посетил и II. Ответ обоснуйте.

***Решение****: Да, так может получится. Допустим, что каждый из отдыхающих посетил строго по 2 аттракциона. Для удобства занумеруем их как 1,2,3,4,5,6,7. Тогда если составим все пары аттракционов , то получим, что их будет 21: (1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(1,7);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6);(2,7);(3,4);(3,5);(3,6);(3,7);(4,5);(4,6);(4,7);(5,6); (5,7);(6,7). Следовательно, из 20 отдыхающих не найдется таких, что все аттракционы, которые посетил I, посетил и II.*

6 класс

1) В одном классе учатся трое друзей, Антон, Борис и Василий. Известно, что один из них всегда врет, а двое всегда говорят правду. Кроме того, Василий точно знает, кто из друзей врет, а кто правдив. Можно ли за один вопрос Василию, на который тот ответит «да» или «нет», выяснить про Антона?

***Решение****: Достаточно задать Василию вопрос: "Борис лжет?" а дальше можно решение представить в виде дерева, в зависимости от того, что ответил Василий и лжет ли он сам или говорит правду.*

Борис лжет?

Нет

Да

Если Вася лжет

Если Вася говорит правду

Если Вася говорит правду

Если Вася лжет

невозможный исход

Антон лжет

Антон говорит правду

Антон говорит правду

*Таким образом, всего лишь за один вопрос можно узнать лжет Антон или говорит правду.*

2) В ребусе каждая буква заменяет собой некоторую цифру. Разным буквам соответствуют разные цифры. Решите ребус:

Обоснуйте полученный ответ.

Решение: *Шаг 1:Поскольку сумма двух пятизначных чисел дает - шестизначное, а максимальное значение У+У=18, то З=1
Шаг2: Так как З=1, то У может принимать значения из множества {5,6,7,8,9}. Сократим это множество.
Шаг3: Если У=5, тогда Н=0 или Н=1. Если Н=0, то И=0 тоже чего быть не может. Если же Н=1, то это противоречит тому что З=1. Сократили множество значений У {6,7,8,9}.
Шаг 4:Если У=6, тогда Н=2 или Н=3, но отсюда следует, что И=1, что противоречит З=1. Сократили множество значений У {7,8,9}.
Шаг5:Если У=7, тогда Н=4 или Н=5. Если Н=4, то И=2, отсюда С=1, что противоречит З=1. Если Н=5, то И=2 и С=6 отсюда Ч=8 или Ч=9. Если Ч=8, то А=6 - получаем противоречие. Если Ч=9 и А=8, то Ь=3, тога Я=6, опять получаем противоречие, если Ь=4, тогда Я=8 и противоречие с А.
Шаг 6: Если У=8, тогда Н=6 или Н=7. Если Н=6, то И=3, откуда С=1, что противоречит условию З=1. Если Н=7, то И=3, С=6, Ь=5 и Ч=9, откуда А=У=8 - противоречие, аналогично получилось бы ели Ч=5 и Ь=9 .
Шаг 7: Если У=9, тогда Н=8, откуда И=4, С=2, а поскольку не осталось переходов в другие разряды, а числа 1,2,4 заняты и число 0 в сумме с собой дает также ноль - приходим к выводу, что построить такие числа нельзя. То есть Решения у предоставленного ребуса с указанными условиями - нет.*

*Ответ: ребус не имеет решения.*

3) Петя загадывает три трёхзначных числа и просит Васю назвать три числа , после чего выдает ему следующее значение . Какие числа нужно назвать Васе, чтобы отгадать числа Пети? Ответ обоснуйте.

***Решение****: Чтобы отгадать числа Пети, Васе достаточно взять . Отсюда очевидно, что число будет занимать 9, 8 и 7 разряды числа, - 6,5,4 разряды и -3,2,1 разряды. Например, Петя назвал числа 236, 786,109, тогда получим*

*Из получившегося числа, сразу видно, что загадывал Петя*

4) Числа от 1 и далее записывают в клетках таблицы двигаясь по спирали как показано на рисунке:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 10 | 11 | 12 | 13 |
|  | 9 | 2 | 3 | 14 |
| 23 | 8 | 1 | 4 | 15 |
| 22 | 7 | 6 | 5 | 16 |
| 21 | 20 | 19 | 18 | 17 |

На сколько шагов от клетки надо пройти влево/вправо и вверх/вниз, чтобы попасть в клетку в которой записано число 2019?(Например, чтобы попасть из в клетку надо передвинутсявправо на одну клетку, а затем вниз на две клетки)

***Решение****: Заметим, что из первых четырех элементов получается таблица 2 на 2, и крайний правый нижний элемент таблицы равен 2х2=4. Из первых девяти элементов получается таблица 3 на 3 и крайний левый верхний элемент этой таблицы равен 3х3=9. Аналогично для таблицы 4 на 4, крайний правый нижний элемент таблицы равен 4х4=16, а для таблицы 5 на 5, крайний левый верхний 25. Продолжая эту цепочку далее мы дойдем до таблицы 45 на 45, где крайний левый верхний элемент будет равен 2025. Поскольку таблица нечетной размерности, то клетка будет находится в самом её центре. Соответственно для того чтобы попасть в клетку 2019, нужно сделать 22 шага влево, а сделав 22 шага влево из клетки 1, мы попадет в клетку 2003, чтобы оттуда попасть в 2019, нужно сделать еще 16 шагов вверх.*

5) Является ли число - составным? Ответ обоснуйте.

***Решение****: Запишем цепочку преобразований*

*Получаем, число A является составным, поскольку мы смогли разложить его на множители.*

*Допускается вариант решения, когда число вычисляется и ищутся его простые делители. Это число делится на 11.*

7 класс

1) Если Петя побежит к Барбосу, а тот будет стоять на месте, Петя добежит до Барбоса за 2 минуты. Если Барбос побежит к Пете, а тот будет стоять на месте, Барбос добежит до Пети за 1 минуту.
а)За какое время Барбос догонит Петю, если Петя будет от него убегать?
б) За какое время Барбос с Петей встретятся, если побегут навстречу друг другу?

*Решение: Обозначим скорость за* ***x****, тогда скорость Барбоса* ***2x****, поскольку один и тот же участок Барбос пробегает быстрее в два раза.
а) Если Петя будет убегать, то получается их скорость сближения будет равна* ***2x-x=x****, а значит Барбос догонит Петю через 2 минуты.
б) Если они побегут навстречу друг другу, то скорость их сближения* ***3x****. Поскольку мы знаем, что Барбос со скоростью* ***2х*** *пробежал все расстояние за 1 минуту, то получим, что они встретятся через 1минута=40 секунд.
Ответ: а) 2 минуты, б) 40 секунд.*

2) Какое из представленных чисел является наибольшим: ?

***Решение****: .*

*Абсолютно аналогичным образом можно показать, что*

*Значит -набольшее число.*

3) Дан правильный треугольник . Существует ли такая точка внутри треугольника из которой все стороны видны под одним и тем же углом? Найдите этот угол и все такие точки. Ответ обоснуйте.

***Решение:*** *Да, такая точка существует и в данном случае она будет единственной и совпадать с точкой пересечения всех биссектрис треугольника, а поскольку точка пересечения биссектрис всегда лежит внутри треугольника наше утверждение верно. Обозначим её за О, тогда треугольники АВО, ВСО и САО - равны, доказывается по стороне и двум прилежащим углам. Отсюда и будет следовать равенство углов при вершине О, а соответственно и все стороны будут видны под одним и тем же углом, который будет равен 360:3=120.
Замечание: Главным требованием является, то, чтобы участник указал на тот факт, что точка является точкой пересечения биссектрис, а следовательно лежит внутри треугольника.*

4) Докажите, что если к любому девятизначному числу прибавить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то полученной сумме будет хотя бы одна цифра четная.

***Решение****: Обозначим наше число как . Предположим, что все цифры в полученной сумме нечетные, тогда сумма f и d больше 10, так как иначе e+e дает четное число, отсюда получаем , что в сумму c+g переходит единица из суммы d и f. Так как все цифры суммы нечетные, то получаем, что c+g - четное число, соответственно h+b должно быть больше 10, отсюда получаем, что в сумму a+k переходит единица из суммы b+h, а значит сумма a+k - четная, получаем противоречие с предположением, так как последний элемент суммы двух чисел будет четным.*

5) Летнее кафе "Светлячок"за день посетили 36 человек. В меню кафе 7 различных блюд. Докажите, что найдется хотя бы два посетителя кафе, для определенности обозначим их А и В, таких, что блюда, заказанные А, также заказывал В.

Решение: *Для удобства занумеруем каждое из блюд как 1,2,3,4,5,6,7. Заметим, что если каждый посетитель съел по 2 блюда или по 5, то всего возможно различных комбинаций. Если по 3 или 4 блюда, то возможно различных комбинаций. При этом Если 35 человек съели различные наборы из 3 или 4 блюд, то у нас остался еще один человек, который либо съел что-то из перечисленных наборов, что уже говорит, о том что такие два человека А и В нашлись, либо меньший или больший набор блюд. Очевидно, что если набор меньший, то все возможные блюда которые будут заказаны присутствуют в одном из 35 наборов. Аналогично, если набор больший, то какая-то из этой части блюд будет совпадать с одной из 35 комбинаций. Следовательно найдутся хотя бы два посетителя кафе А и В, что блюда заказанные А, также заказывал и В.
Замечание: Можно просто выписать все 35 комбинаций и показать, что комбинаций из меньшего или большего количества блюд меньше, и они либо содержатся, либо влекут за собой указанные 35.*