



**Администрация города Нижнего Новгорода
департамент образования
муниципальное образовательное учреждение Лицей № 40**

603006, г. Нижний Новгород, ул. Варварская д. 15 а, тел./факс: 433-19-49, e-mail: lycee40adm@mail.ru <http://www.lic40nn.edusite.ru>

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
И
СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8-Х КЛАССОВ**

Авторы-составители: В.Ю. Ковалев
Р.Н. Шилков

**Часть III
СВЕТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ
«Элементы геометрической оптики»**

Нижний Новгород, 2018 г.

Ковалев В.Ю., Шилков Р.Н.

Методические рекомендации и сборник задач по физике для учащихся 8-х классов. Часть III Световые явления «Элементы геометрической оптики» – Нижний Новгород: ЛИЦЕЙ 40, 2018., 100 с.

В пособии вводятся основные понятия, терминологическая база и базовые принципы по изучению раздела физики «Элементы геометрической оптики» в 8-х классах для школ с углубленным изучением предмета. Также приведены методические рекомендации по изучению отдельных глав данного раздела физики, примеры решения задач и собрано большое количество задач для самостоятельной работы из разных источников.

Авторы и издательство приносят свои извинения за неточности, ошибки, опечатки и пр., допущенные при наборе и верстке текста

Компьютерный набор, чертежи и рисунки: Р.Н. Шилков

Компьютерная верстка: Р.Н. Шилков

© Ковалев В.Ю., Шилков Р.Н.

© ЛИЦЕЙ 40

Элементы геометрической оптики.

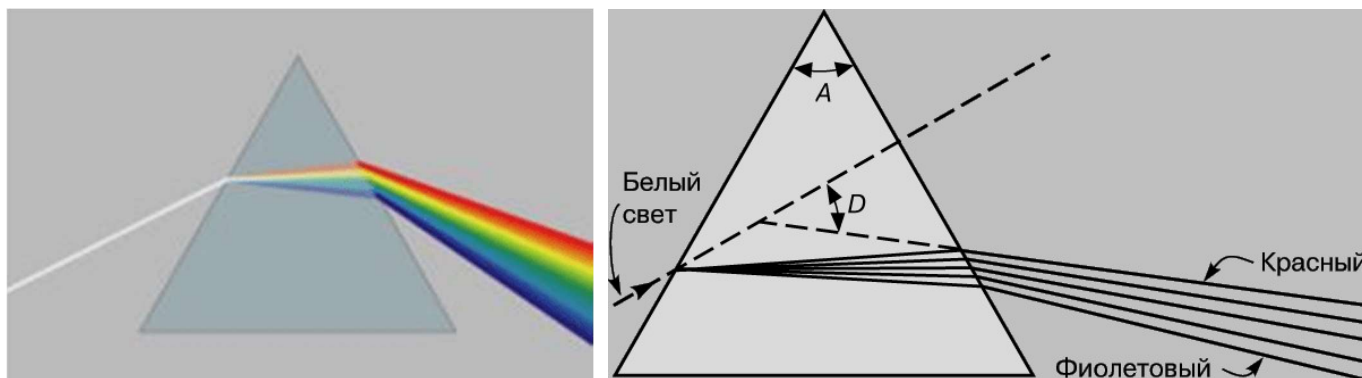
1. Свет. Классификации источников света.

Свет – видимая часть спектра электромагнитного излучения.

Видимая – воспринимаемая глазом человека.

Спектр – непрерывный диапазон (набор) длин волн/частот излучения. Диапазон длин волн видимого света заключен между 4 000 А (фиолетовый цвет) и 7 000 А (красный цвет).

Спектр видимого излучения. При разложении луча белого цвета в призме образуется спектр, в котором излучения разных длин волн/частот отклоняются на разный угол.



Цвета, входящие в спектр, то есть такие цвета, которые могут быть получены световыми волнами одной длины/частоты (или очень узким диапазоном), называются спектральными цветами. Основные спектральные цвета (имеющие собственное название), а также характеристики излучения этих цветов, представлены в таблице:

Цвет	Диапазон длин волн, нм (x10,А)	Диапазон частот, ТГц	Диапазон энергии фотонов, эВ
Фиолетовый	380—440	790—680	2,82—3,26
Синий	440—485	680—620	2,56—2,82
Голубой	485—500	620—600	2,48—2,56
Зелёный	500—565	600—530	2,19—2,48
Жёлтый	565—590	530—510	2,10—2,19
Оранжевый	590—625	510—480	1,98—2,10
Красный	625—740	480—405	1,68—1,98

Видимое, инфракрасное и ультрафиолетовое излучения составляют так называемую **оптическую область спектра** в широком смысле этого слова. Выделение такой области обусловлено не только близостью соответствующих участков спектра, но и сходством методов и приборов, применяющихся для ее исследования и разработанных исторически главным образом при изучении видимого света (линзы и зеркала для фокусировки излучения, призмы, дифракционные решетки, интерференционные приборы для исследования спектрального состава излучения и пр.).

Оптический спектр занимает диапазон от условной границы инфракрасного излучения ($\lambda = 2$ мм, $\nu = 1,5 \cdot 10^{11}$ Гц) до условной коротковолновой границы ультрафиолета что составляет примерно 18 октав. (Октавой называется интервал частот между произвольной частотой ν и ее гармоникой 2ν).

Видимое излучение занимает приблизительно одну октаву ($\lambda = 400 - 760$ нм), ультрафиолет — 5 октав ($\lambda = 10 - 400$ нм), инфракрасное излучений - 11 октав ($\lambda = 760$ нм - 2 мм), В оптической области спектра частоты ν уже перестают быть малыми по сравнению с собственными частотами атомов и молекул, а длины волн λ большими по сравнению с молекулярными размерами и межмолекулярными расстояниями.

Электромагнитное излучение (электромагнитные волны) — распространяющееся в пространстве возмущение электромагнитного поля (т.е. иначе говоря - взаимодействующих друг с другом электрического и магнитного полей).

Излучение – способ теплопередачи (изменения внутренней энергии объекта без совершения механической работы), при котором энергия передается от одного объекта к другому без участия вещества (посредника передачи). /Например, передача энергии от Солнца на Землю через Космическое пространство/.

Источник света — любой объект, излучающий энергию в световом спектре.

Классификационные группы источников света:

I. 1. Естественные;

2. Искусственные.

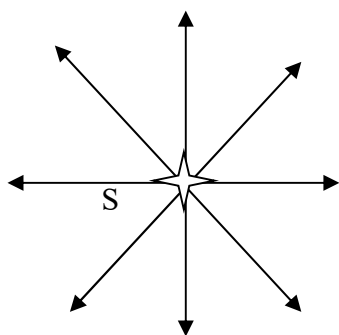
Естественные источники света — это природные материальные объекты и явления, основным или вторичным свойством которых является способность испускать видимый свет. В отличие от естественных источников света, искусственные источники света являются продуктом производства человека или других разумных существ. К естественным или природным источникам света прежде всего относят: Солнце, Луну, планеты, кометы, полярные сияния, атмосферные электрические разряды, биолюминесценцию живых организмов, свет звезд и иных космических объектов, свечение окисляющихся органических продуктов и минералов, и проч. Естественные источники света играют первостепенную роль в существовании жизни на земле и других планетах, и оказывают значительное воздействие на окружающую среду.

Искусственные источники света — технические устройства различной конструкции и различными способами преобразования энергии, основным предназначением которых является получение светового излучения (как видимого, так и с различной длиной волны, например, инфракрасного). В источниках света используется в основном электроэнергия, но так же иногда применяется химическая энергия и другие способы генерации света (например, триболюминесценция, радиолюминесценция, биолюминесценция и др.). В отличие от искусственных источников света, естественные источники света представляют собой природные материальные объекты: Солнце, Полярные сияния, светлячки, молнии и проч.

II. 1. Точечные;

2. Протяженные (или непрерывные).

Точечный источник света — источник, излучающий свет по всем направлениям равномерно и размерами которого по сравнению с расстоянием, на котором оценивается его действие, можно пренебречь.



Изображение
точечного источника
света S

Протяженный источник света можно рассматривать как совокупность точечных некогерентных источников.

2. Луч света.

Световой луч в геометрической оптике — линия, вдоль которой переносится световая энергия. Менее чётко, но более наглядно, можно назвать световым лучом пучок света малого поперечного размера.

Понятие светового луча является краеугольным приближением геометрической оптики. В этом определении подразумевается, что направление потока лучистой энергии (ход светового луча) не зависит от поперечных размеров пучка света, т.е. можно пренебречь расходимостью пучка света и считать, что он распространяется в одном единственном направлении: вдоль светового луча.

Параксиальными лучами (аксиально-симметричными) называются лучи, лежащие бесконечно близко к оптической оси центрированной оптической системы, или под весьма малыми углами к ней, и образующие на всех оптических поверхностях бесконечно малые углы падения и преломления. То есть, можно сказать, что параксиальным лучом будет луч, проходящий внутри бесконечно узкого цилиндра, окружающего оптическую ось системы.

Данное понятие геометрической оптики введено для удобства определения положения основных точек центрированной оптической системы и её фокусных расстояний, так как в этом случае синусы и тангенсы углов, образуемых лучами с осью, могут заменять друг друга и, кроме того, могут быть заменены значениями углов в радианах.

В практике оптических расчётов параксиальные или нулевые лучи иногда различают, понимая под параксиальным лучом частный случай реального луча, а под нулевым лучом — условный (фиктивный) луч, преломляющийся не на преломляющих поверхностях, а на условных

плоскостях, и пересекающий на оптической оси отрезки луча параксиального.

Параксиальное приближение в геометрической оптике — рассмотрение только параксиальных лучей в данной задаче, т.е. лучей идущих под малыми углами к главной оптической оси. Параксиальное приближение применимо во многих оптических приборах и существенно упрощает теоретические расчеты.

3. Закон прямолинейного распространения света.

Закон прямолинейного распространения света – первый закон геометрической оптики, который утверждает, что свет (световые лучи) в оптически однородной и изотропной среде распространяется прямолинейно.

Следует различать понятия однородности/неоднородности и изотропности/анизотропности среды/пространства.

Однородная среда - среда, характеризующаяся равенством рассматриваемых физических свойств в любой точке пространства.

Однородность пространства означает, что нет такой точки в пространстве, относительно которой существует некоторая «выделенная» симметрия, все точки равноправны, поэтому рассматриваемый эксперимент не зависит от нашего выбора точки отсчета. К примеру, измерим период колебаний маятника, полученный результат обозначим как T_1 . Теперь перенесем маятник в соседнюю комнату, и проведем то же измерение. Результат запишем как T_2 . Оказывается, что $T_1=T_2$, то есть исход эксперимента не зависит от нашего положения, это и есть проявление однородности пространства.

Однородность — одно из ключевых свойств пространства в классической механике. Пространство называется однородным, если параллельный перенос системы отсчета не влияет на результат измерений.

/Из свойства однородности пространства следует фундаментальный физический закон сохранения импульса./

В противном случае говорят о неоднородности среды/пространства.

Изотропия, изотропность (из др.-греч. ἴσος «равный, одинаковый, подобный» + τρέπος «оборот, поворот; характер») — одинаковость физических свойств во всех направлениях, инвариантность, симметрия по отношению к выбору направления (в противоположность анизотропии).

Изотропная среда — такая область пространства, физические свойства (электрические, оптические...) которой не зависят от направления. Например, показатель преломления оптически изотропной среды одинаков во всех направлениях.

Пространство само по себе теоретически считается изотропным (хотя в рамках общей теории относительности и многих альтернативных современных теорий гравитации в это утверждение следует внести определенные коррективы, если присутствует гравитационное поле и нельзя ограничиться ньютоновским приближением, а с точки зрения квантовой теории поля, изотропию пространства - в малых областях и временно - могут нарушать квантовые флуктуации). Экспериментально изотропия физического пространства (с упомянутой оговоркой относительно гравитации) установлена с большой точностью, и нарушений ее на сегодняшний день неизвестно.

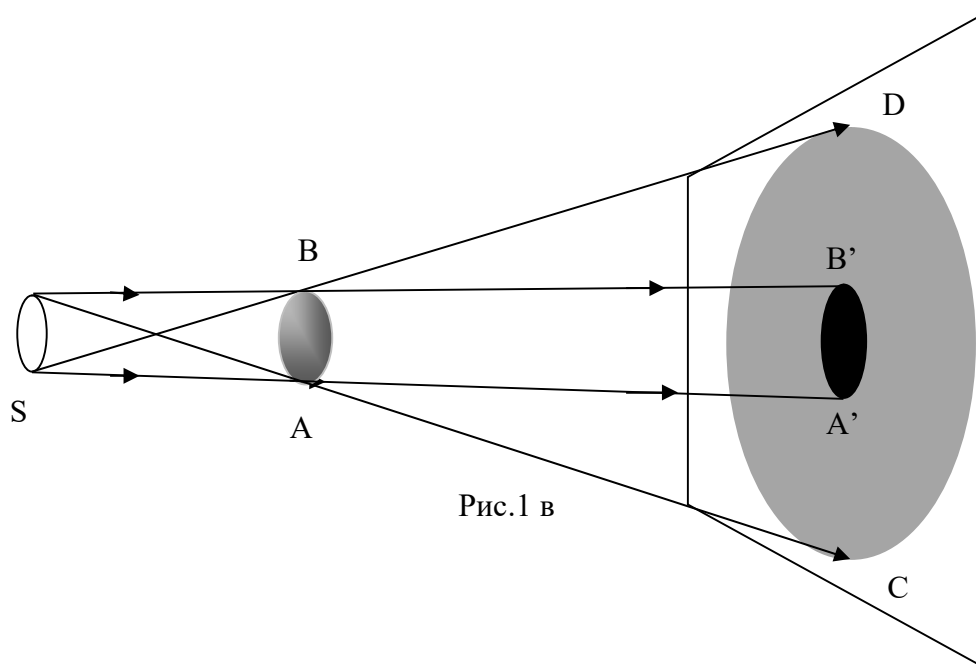
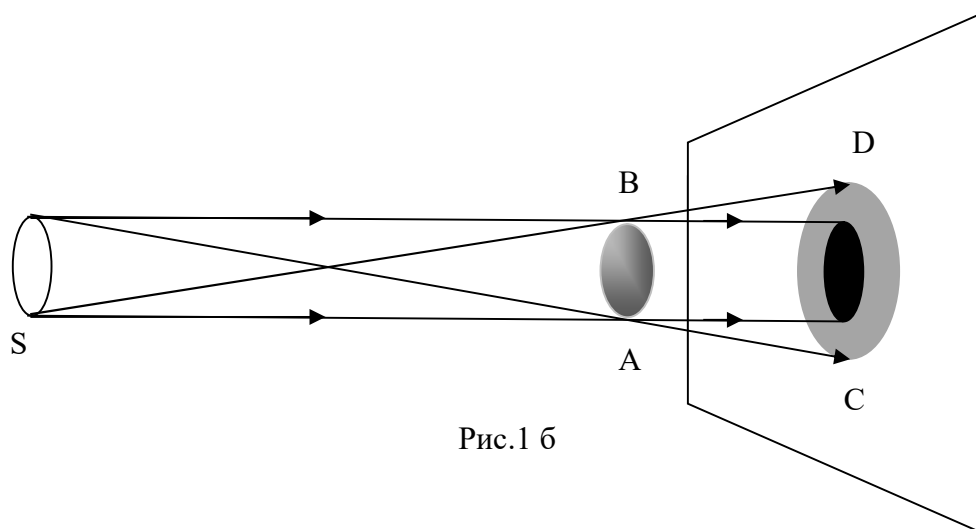
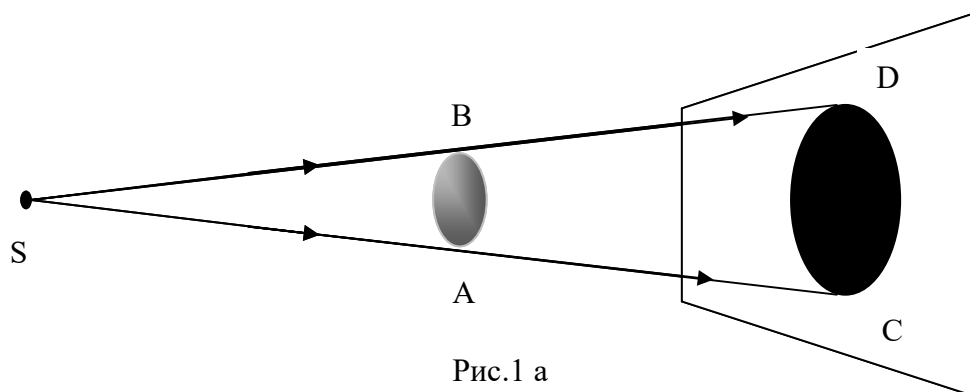
Изотропность — одно из ключевых свойств пространства в классической механике. Пространство называется изотропным, если поворот системы отсчета на произвольный угол не приведет к изменению результатов измерений.

/Из свойства изотропности пространства вытекает закон сохранения момента импульса./

Изотропность пространства означает, что в пространстве нет какого-то выделенного направления, относительно которого существует «особая» симметрия, все направления равноправны.

В противном случае говорят об анизотропии среды/пространства.

Опытным доказательством закона прямолинейного распространения света могут служить четкие границы света и тени за непрозрачными телами, освещаемыми точечными источниками света.



Непрозрачный предмет АВ (рис.1а), поставленный на пути светового пучка от точечного источника S, не пропускает свет в пространство за этим предметом, ограниченное боковой поверхностью конуса SCD, касающейся краев предмета АВ. Однако на распределение света вне этого пространства присутствие предмета АВ не оказывает никакого влияния. Это и значит, что распространение света происходит вдоль прямых линий.

Образование областей тени и полутени на экране за непрозрачным телом, освещаемым протяженным источником света S схематично представлено на рис. 1б и 1в. Очевидно, что размеры области тени и полутени зависят от расстояний от предмета до источника и экрана. Реально контуры предмета в случае рис. 1в более расплывчаты, чем в случае рис. 1б.

Если наблюдатель находится на поверхности экрана, то из любой точки в области тени источник не виден, поэтому данная область называется областью «невидения» источника (или предмета). Находясь в области полутени на поверхности экрана наблюдатель будет видеть протяженный источник частично, поэтому данная область называется областью «частичного видения» источника. Из всех других точек экрана наблюдатель будет полностью видеть протяженный источник – область «полного видения» источника.

Другое доказательство дает общеизвестный способ получения изображений светящихся предметов в камере с малым отверстием (камере-обскуре, рис.2).

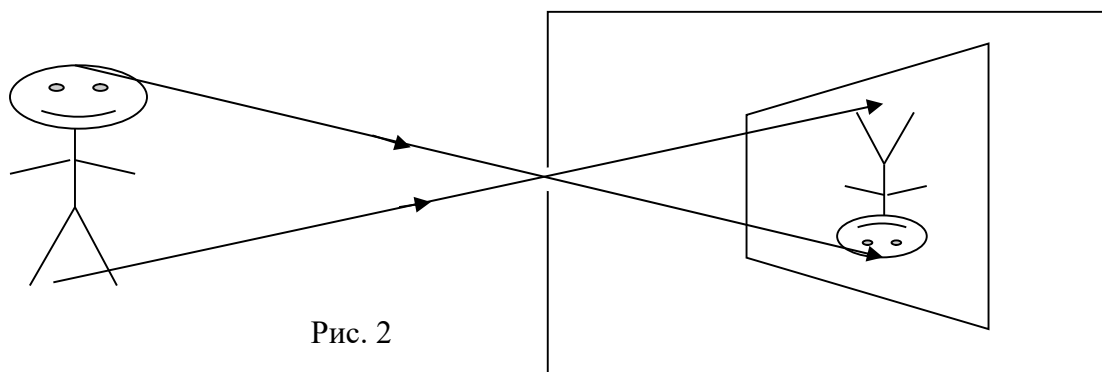


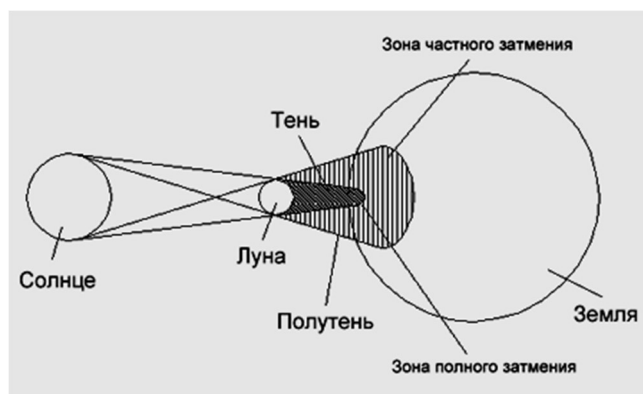
Рис. 2

4. Закон независимого распространения лучей.

Закон независимого распространения лучей — второй закон геометрической оптики, который утверждает, что световые лучи (пучки света) распространяются независимо друг от друга. Так, например, устанавливая непрозрачный экран на пути пучка световых лучей экранируется (исключается) из состава пучка некоторая его часть. Однако, по свойству независимости необходимо считать, что действие лучей оставшихся незаэкранированными от этого не изменится. То есть предполагается, что лучи не влияют друг на друга, и распространяются так, что других лучей, кроме рассматриваемого, не существует.

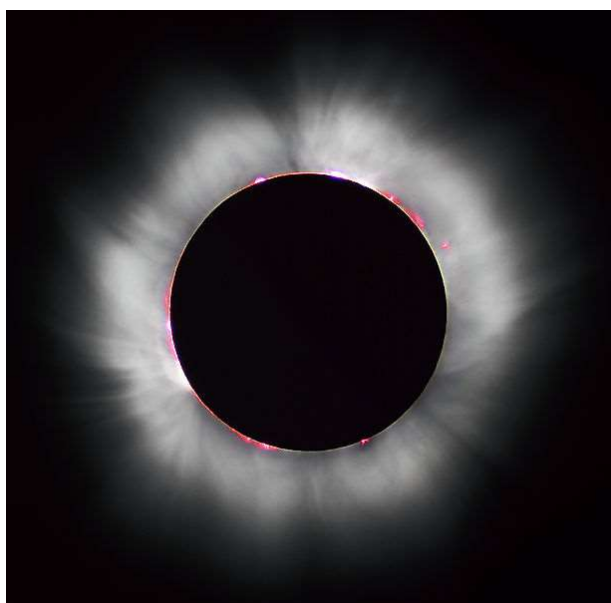
5. Солнечное и Лунное затмения.

Явления Солнечных и Лунных затмений с давних пор стали наглядным доказательством закона прямолинейного распространения света, и хорошо поясняют образование областей тени и полутени за непрозрачным объектом на пути светового потока, исходящего от протяженного источника света.



Солнечное затмение —

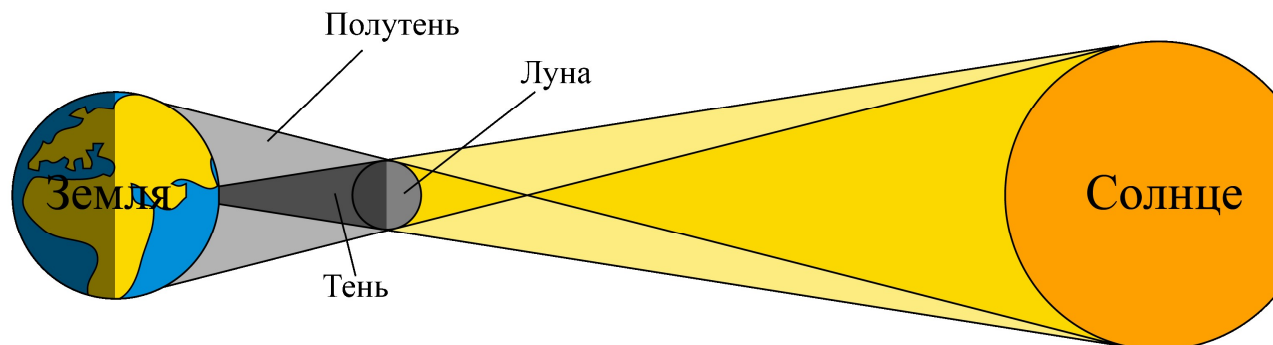
астрономическое явление, которое заключается в том, что Луна закрывает (затмевает) полностью или частично Солнце от наблюдателя на Земле. Солнечное затмение возможно только в новолуния, когда сторона Луны, обращенная к Земле, не освещена, и сама Луна не видна.



Тень Луны на земной поверхности не превышает в диаметре 270 км и поэтому солнечное затмение наблюдается только в узкой полосе на пути тени.

Поскольку Луна обращается по эллиптической орбите, расстояние между Землёй и Луной в момент затмения может быть различным, соответственно, диаметр пятна лунной тени на поверхности Земли может варьироваться в широких пределах от максимального до нуля (когда вершина конуса лунной тени не достигает поверхности Земли). Если наблюдатель находится в полосе тени, он видит полное солнечное затмение, при котором Луна полностью скрывает Солнце, небо темнеет, и на нём могут появиться планеты и яркие звёзды. Вокруг скрытого Луной солнечного диска можно наблюдать **солнечную корону**, которая при обычном ярком свете Солнца не видна. При наблюдении затмения неподвижным наземным наблюдателем полная фаза длится не более нескольких минут. Минимальная скорость движения лунной тени по земной поверхности составляет чуть более 1 км/с. Во время полного солнечного затмения космонавты, находящиеся на орбите, могут наблюдать на поверхности Земли бегущую тень от Луны.

Схема полного Солнечного затмения



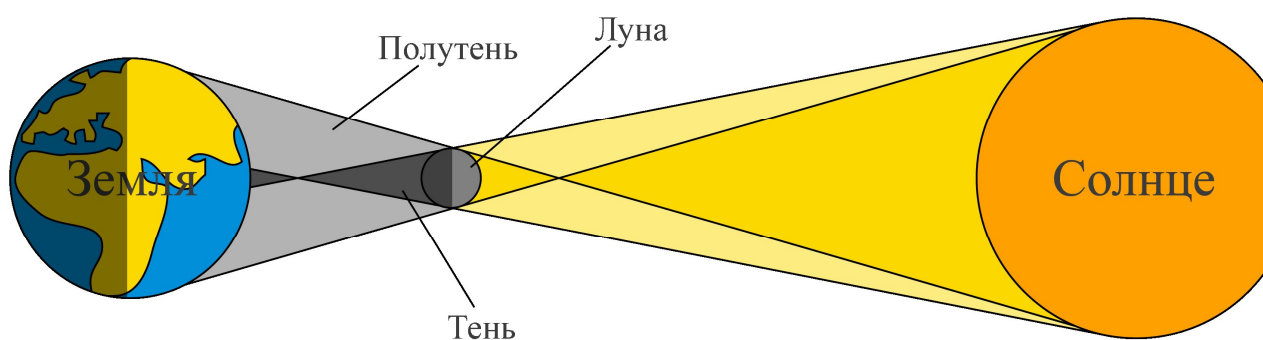
Наблюдатели, находящиеся вблизи полосы полного затмения, могут видеть его как частное солнечное затмение. При частном затмении Луна проходит по диску Солнца не точно по центру, скрывая только его часть. При этом небо темнеет гораздо слабее, чем при полном затмении, звёзды не появляются. Частное затмение может наблюдаться на расстоянии порядка двух тысяч километров от зоны полного затмения.

По астрономической классификации, если затмение хотя бы где-то на поверхности Земли может наблюдаться как полное, оно называется полным. Если затмение может наблюдаться только как частное (такое

бывает, когда конус тени Луны проходит вблизи земной поверхности, но не касается её), затмение классифицируется как частное. Когда наблюдатель находится в тени от Луны, он наблюдает полное солнечное затмение. Когда он находится в области полутени, он может наблюдать частное солнечное затмение. Помимо полных и частных солнечных затмений, бывают кольцеобразные затмения.

Кольцеобразное затмение происходит, когда в момент затмения Луна находится на большем удалении от Земли, чем во время полного

Схема кольцеобразного Солнечного затмения



затмения, и конус тени проходит над земной поверхностью, не достигая её. Визуально при кольцеобразном затмении Луна проходит по диску Солнца, но оказывается меньше Солнца в диаметре, и не может скрыть его полностью. В максимальной фазе затмения Солнце закрывается Луной, но вокруг Луны видно яркое кольцо незакрытой части солнечного диска. Небо при кольцеобразном затмении остаётся светлым, звёзды не появляются, наблюдать корону Солнца невозможно.



Лунное затмение — затмение, которое наступает, когда Луна входит в конус тени, отбрасываемой Землёй. Диаметр пятна тени Земли на расстоянии 363 000 км (минимальное расстояние Луны от Земли) составляет около 2,5 диаметров Луны, поэтому Луна может быть затенена целиком.

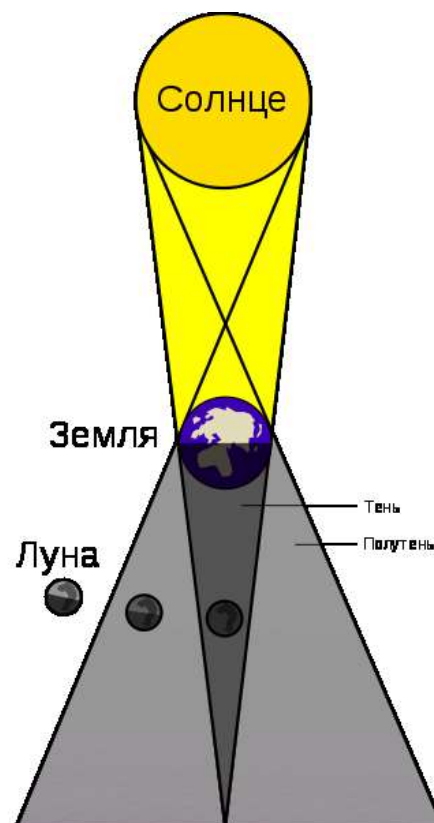
Фазы Лунного затмения



В каждый момент затмения степень покрытия диска Луны земной тенью выражается фазой затмения Φ . Величина фазы определяется расстоянием θ от центра Луны до центра тени. В астрономических календарях приводятся величины Φ и θ для разных моментов затмения.

Когда Луна во время затмения полностью входит в тень Земли, говорят о полном лунном затмении, когда частично — о частном затмении.

Вокруг конуса тени Земли имеется полутень — область пространства, в которой Земля заслоняет Солнце лишь частично. Если Луна проходит область полутени, но не входит в тень, происходит полутеневое затмение. При нём яркость Луны уменьшается, но незначительно: такое уменьшение практически незаметно невооружённым глазом и фиксируется только приборами. Лишь когда Луна в полутеневом затмении проходит вблизи конуса полной



тени, при ясном небе можно заметить незначительное потемнение с одного края лунного диска.

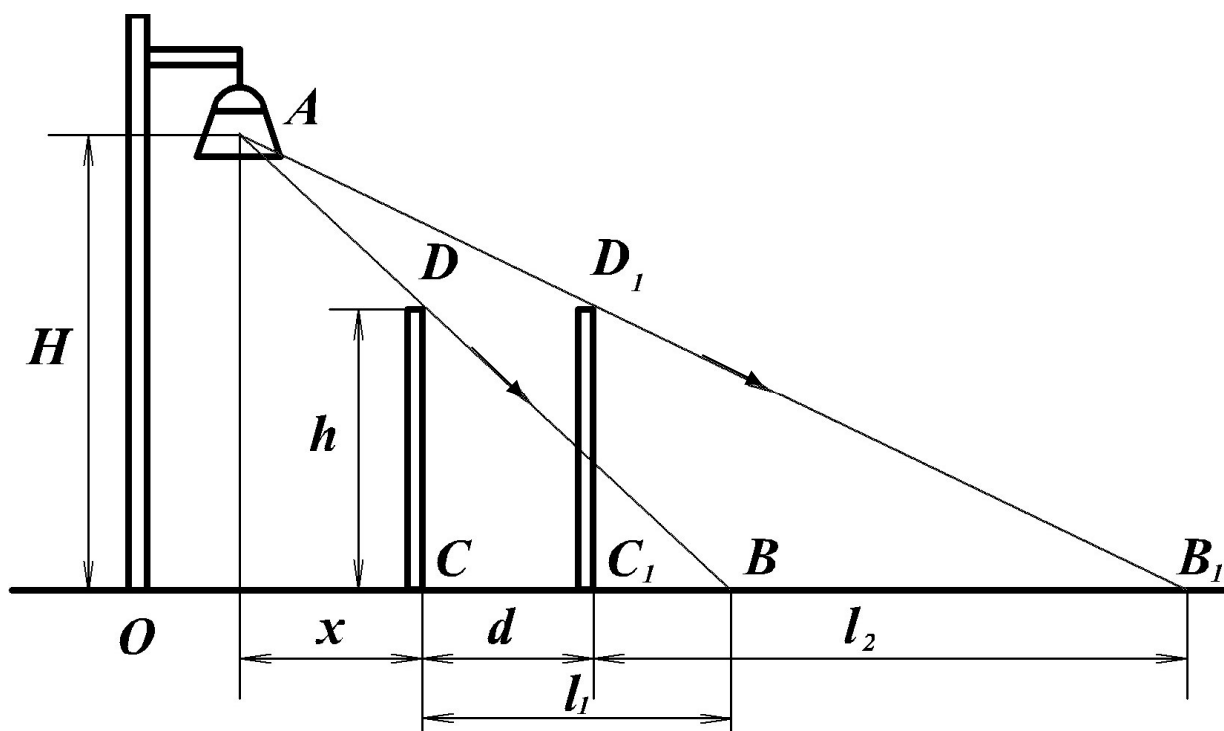
Каждый год происходят как минимум два лунных затмения, однако в связи с несовпадением плоскостей лунной и земной орбит, их фазы отличаются. Затмения повторяются в прежнем порядке каждые $6585\frac{1}{3}$ дней (или 18 лет 11 дней и ~ 8 часов — период, называемый сарос); зная, где и когда наблюдалось полное лунное затмение, можно точно определить время последующих и предыдущих затмений, хорошо просматриваемых в этой местности. Эта цикличность часто помогает точно датировать события, описываемые в исторических летописях.

Пример решения задачи

Задача. Вертикальный колышек высотой $h = 1$ м, поставленный вблизи уличного фонаря, отбрасывает тень длиной $l_1 = 0,8$ м. Если перенести колышек на $d = 1$ м дальше от фонаря (в той же плоскости), то он отбрасывает тень длиной $l_2 = 1,25$ м.

На какой высоте H подвешен фонарь?

Решение. Изобразим ход лучей от фонаря в первом и втором случае ADB и AD_1B_1 соответственно. Тогда длина тени от колышка в



первом и втором случае $CB = l_1$ и $C_1B_1 = l_2$ Обозначив расстояния от колышка до столба в первом случае x , можно из подобия треугольников OAB и CDB написать:

$$H/h = (x + l_1)/l_1,$$

а из подобия треугольников OAB_1 и $C_1D_1B_1$ -

$$H/h = (x + d + l_2)/l_2.$$

Исключая из этих уравнений x , найдем

$$H = h(d + l_2 - l_1)/(l_2 - l_1).$$

$$H = 3,2 \text{ м.}$$

6. Взаимодействие света с границей раздела сред.

При падении луча света на границу раздела 2-х прозрачных сред происходят три основных явления (рис. 3):

- отражение света, (b);
- преломление света (d);
- поглощение света (c).

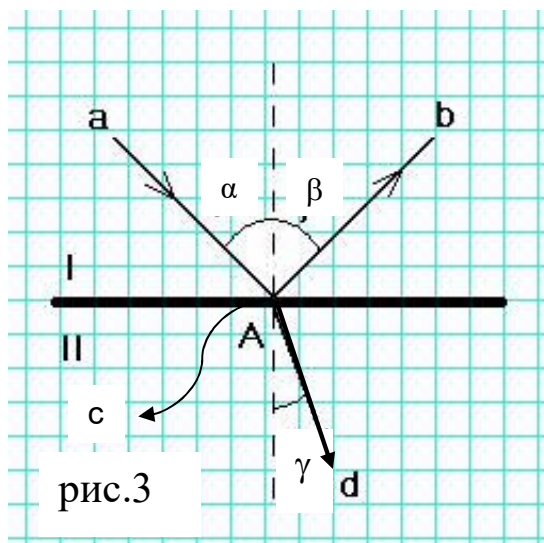
При этом энергия падающего луча делится на три соответствующие части.

Соотношение долей энергий отражения, преломления и поглощения от энергии падающего на тело излучения зависят от рода вещества, состояния поверхности, состава излучения и угла падения.

Угол между падающим лучом и перпендикуляром, восстановленным в точку падения луча, называется **углом падения** (α).

Угол между перпендикуляром, восстановленным в точку падения луча, и отраженным лучом называется **углом отражения** (β).

Угол между перпендикуляром, восстановленным в точку падения луча, и преломленным лучом называется **углом преломления** (γ).



Обозначения (рис. 3):

a – луч падающий; b – луч отраженный; d – луч преломленный; c – часть поглощенной энергии.

I, II – соответственно первая и вторая среда с четкой границей раздела.

α – угол падения; β – угол отражения; γ – угол преломления.

Пунктиром обозначен перпендикуляр (нормаль), восстановленный в точке A падения луча.

Световая энергия, падающая на поверхность, может быть поглощена, отражена или пропущена. Частично она поглощается и превращается в тепло, а частично отражается или пропускается. Объект можно увидеть, только если он отражает или пропускает свет. Если же объект поглощает весь падающий свет, то он невидим и называется **абсолютно черным телом (АЧТ)**.

7. Отражение света.

Отражение — физический процесс взаимодействия направленного потока излучения с границей раздела двух сред, сопровождающийся изменением направления распространения на границе двух сред с разными оптическими свойствами в котором излучение возвращается в среду, из которой оно пришло.

Количество поглощенной, отраженной или пропущенной энергии зависит от длины волны света. При освещении белым светом объект выглядит серым. Если поглощается почти весь свет, то объект кажется черным, а если только небольшая его часть — белым. Если поглощаются лишь определенные длины волн, то у света, после взаимодействия с объектом, изменяется распределение энергии в спектре и объект выглядит цветным. Цвет объекта определяется поглощаемыми длинами волн.

8. Закон отражения света.

Закон отражения света — устанавливает характер изменения направления хода светового луча в результате встречи с отражающей (зеркальной) поверхностью (рис.3 лучи а и б):

1 закон отражения: Луч падающий и луч отраженный лежат в одной плоскости с нормалью (перпендикуляром) к отражающей поверхности в точке падения луча.

2 закон отражения: Нормаль (перпендикуляр) к отражающей поверхности в точке падения луча делит угол между этими лучами на две равные части. /Угол падения (α) равен углу отражения (β)./

9. Зеркальное и диффузное отражение света.

В зависимости от свойств границы раздела между двумя средами отражение может иметь различный характер. Если граница имеет вид поверхности, размеры неровностей которой меньше длины световой волны, то она называется зеркальной.

Лучи света, падающие на такую поверхность узким параллельным пучком, идут после отражения также по близким направлениям. Такое направленное отражение называют зеркальным (рис. 4а).

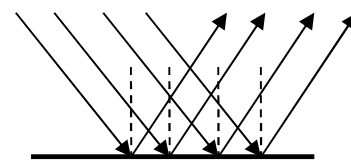


Рис. 4а

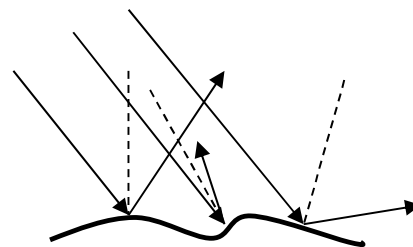


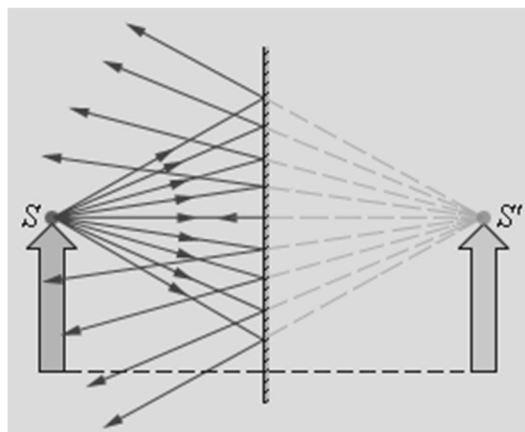
Рис. 4б

Если же размеры неровностей больше длины волны света, то узкий пучок рассеивается на границе. После отражения лучи света идут по всевозможным направлениям. Такое отражение называют рассеянным или диффузным (рис. 4б). Именно благодаря диффузному отражению света мы можем видеть предметы, которые сами не излучают свет. В малой степени рассеяние света имеет место при его отражении даже от самой гладкой поверхности, например, от обычного зеркала. Иначе мы не могли бы увидеть поверхность зеркала.

10. Свойства изображений в плоском зеркале.

Плоское зеркало — гладкая плоская зеркальная поверхность, предназначенная для отражения света.

Принцип хода лучей, отражённых от зеркала прост. Луч света падает на зеркальную плоскость (рассматриваем полностью непрозрачное зеркало) под углом альфа к нормали (перпендикуляру), проведённой к точке падения луча на зеркало. Угол луча отражённого будет равен тому же значению (см. закон отражения). Луч, падающий на зеркало под прямым углом к плоскости зеркала, отразится сам в себя.



Изображение точечного источника .

Пусть пучок лучей от точечного источника S (рис. 5) падает на плоское зеркало. Проследим, что произойдет с этим конусом лучей, имеющим вершину в точке S . Возьмем два произвольных луча SA и SB . Каждый из них отразится по закону отражения, и угол каждого из них с нормалью останется после отражения неизменным. Следовательно, останется неизменным и угол между лучами после отражения.

Этот угол между отраженными лучами можно изобразить на рисунке, продолжив отраженные лучи назад, за плоскость зеркала, что показано на чертеже штриховыми линиями. Точка пересечения S' продолжения лучей за зеркалом будет лежать на той же нормали к зеркалу, что и точка S , и на том же расстоянии от плоскости зеркала, в чем легко убедиться из равенства треугольников SAO и $S'A'O$ или SBO и $S'B'O$.

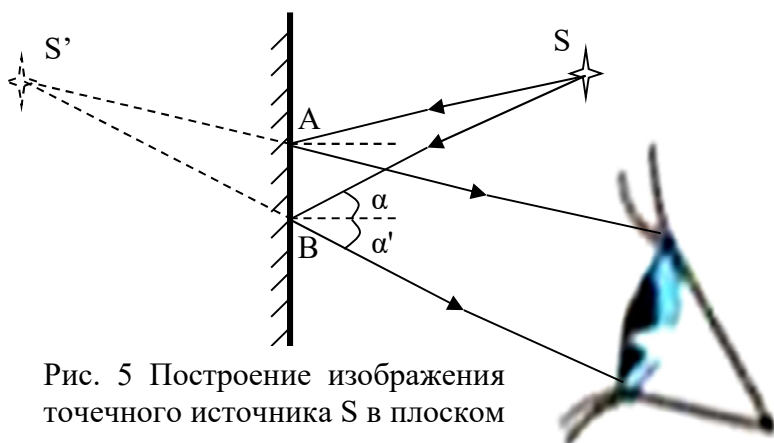


Рис. 5 Построение изображения точечного источника S в плоском зеркале.

Ввиду того что рассмотренные лучи

SA и SB были совершенно произвольными, мы вправе установленные для них результаты отражения от плоского зеркала распространить на весь световой пучок. Следовательно, мы можем утверждать, что при отражении от плоского зеркала пучок световых лучей, исходящих из одной точки, превращается в световой пучок, в котором продолжения всех световых лучей снова пересекаются, в одной и той же точке. В результате наблюдателю, помещенному на пути отраженных лучей, они будут казаться пересекающимися в точке S' , и эта точка будет мнимым изображением точки S . Изображение будет мнимым в указанном выше смысле: никаких лучей в точке S' за зеркалом нет, но точка S' является вершиной пучка продолженных за поверхность зеркала лучей.

Изображение протяженного объекта в плоском зеркале.

Рассмотрение мнимого изображения светящейся точки в плоском зеркале и сделанные выводы о положении этого мнимого изображения «за зеркалом» позволяют легко найти также изображение протяженного объекта AB в плоском зеркале (Рис. 6). Т.к. протяженный источник

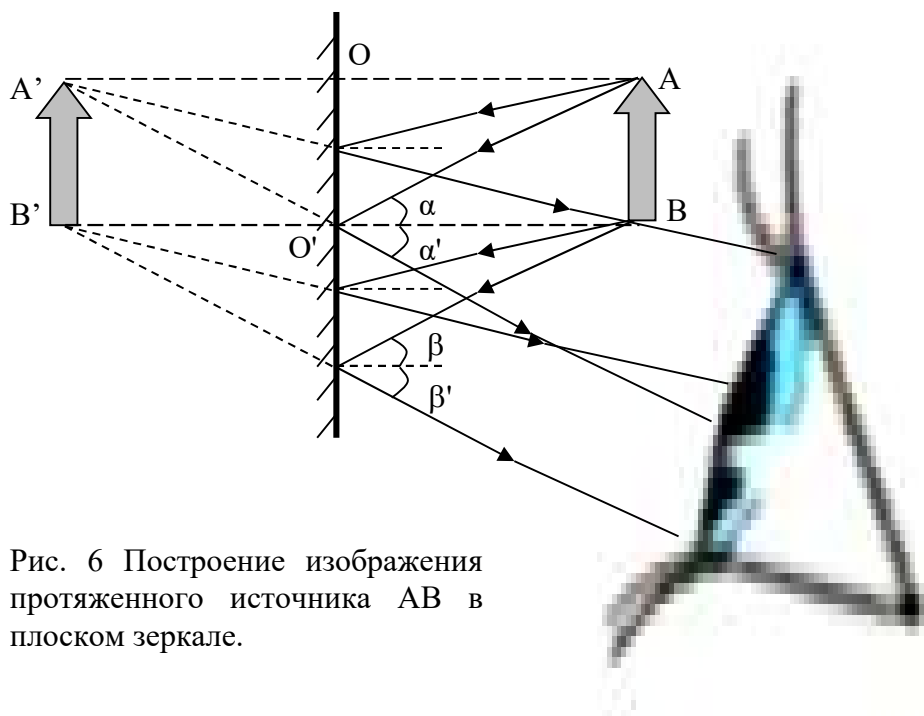


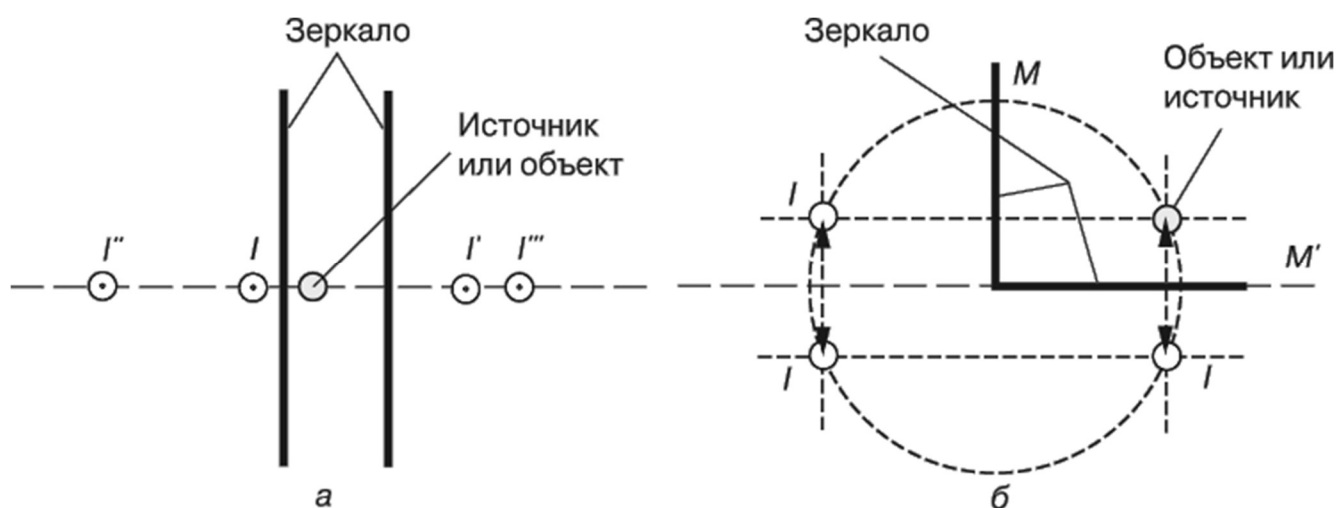
Рис. 6 Построение изображения протяженного источника AB в плоском зеркале.

можно представить как совокупность большого количества точечных источников, то для построения целого изображения отрезка АВ достаточно построить изображения концов этого отрезка А'В', а изображения промежуточных точек объекта достроить методом обобщения предыдущих результатов построения изображений.

Из всех предыдущих построений можно сделать следующие выводы о свойствах изображения любого объекта в плоском зеркале:

- мнимое;
- прямое;
- равное по своим размерам отраженному объекту;
- находится на таком же расстоянии за зеркалом, как и объект перед зеркалом.

Многokrатное отражение. Когда два зеркала обращены одно к другому, изображение, возникающее в одном из них, отражается в другом, и получается целый ряд изображений, число которых зависит от взаимного расположения зеркал. В случае двух параллельных зеркал, когда объект помещается между ними (рис. а), получается бесконечная последовательность изображений, расположенных на прямой, перпендикулярной обоим зеркалам. Часть этой последовательности можно увидеть, если зеркала расположены друг от друга на достаточно большом расстоянии, чтобы можно было заглянуть со стороны. Если два плоских зеркала образуют прямой угол, то каждое из двух первичных изображений отражается во втором зеркале, но при этом



вторичные изображения совпадают, так что в результате получится всего три изображения (рис. б). При меньших углах между зеркалами можно получить большее число изображений; все они расположены на окружности, проходящей через объект, с центром в точке на линии пересечения зеркал. Если угол между зеркалами n -кратен 360° , где $n \in \mathbb{Z}$, то число изображений равно $(n-1)$. Иначе - число изображений бесконечно. Изображения, которые дают плоские зеркала, всегда мнимые – они не формируются реальными световыми пучками и потому не могут быть получены на экране.

Примеры решения задач

Задача 1. Показать, что если плоское зеркало повернуть на угол α , то отраженный от него луч света отклонится на угол 2α .

Решение.

1. До поворота зеркала: луч падающий – AO ; луч отраженный – OA' (рис. а).

2. После поворота зеркала на угол α : луч падающий – AO ; луч отраженный – OA'' (рис. б).

Для углов падения ε_1 и отражения ε_1' можно записать:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \alpha.$$

Согласно закону отражения

$$\varepsilon = \varepsilon' \text{ и } \varepsilon_1 = \varepsilon_1', \text{ поэтому}$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon' + \alpha.$$

$$\text{Угол } \angle A'OA'' = \varepsilon_1' - \varepsilon' + \alpha.$$

Подставляя в это выражение значение угла ε_1' , получим:

$$\angle A'OA'' = \varepsilon' + \alpha - \varepsilon' + \alpha = 2\alpha.$$

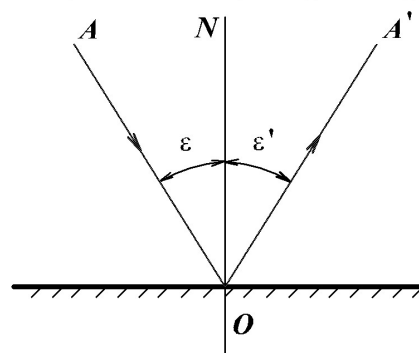


Рис.а

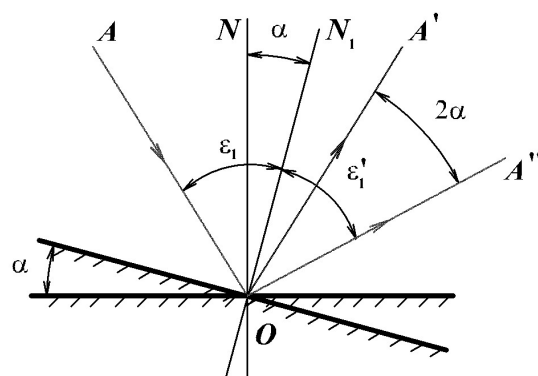
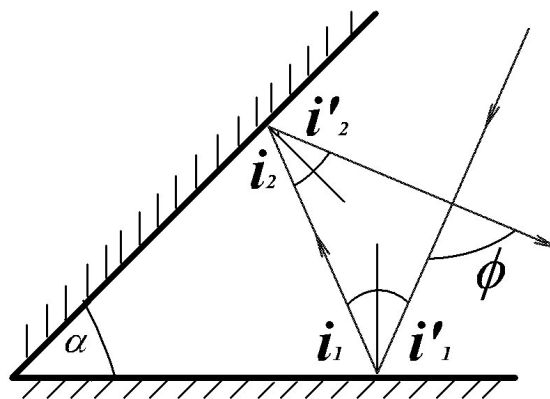


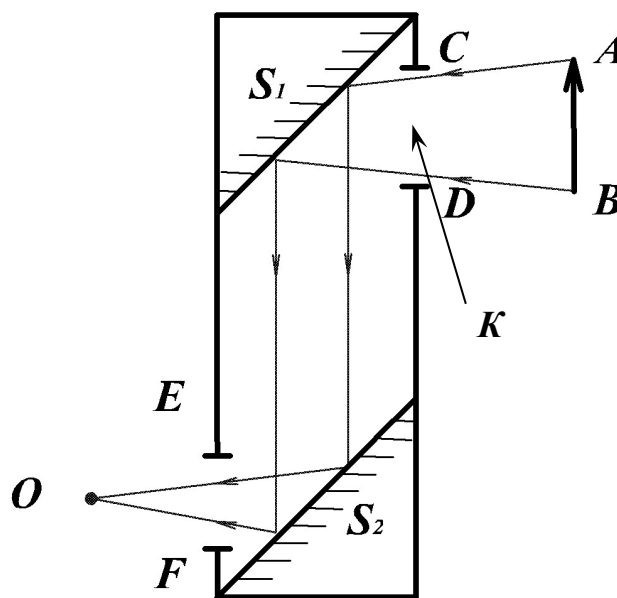
Рис.б

Задача 2. Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол α . На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Найти, на какой угол повернется отраженный луч после отражения от обоих зеркал.



Решение. Угол поворота отраженного луча относительно падающего обозначим φ . Из законов отражения $i_1 = i'_1$; $i_2 = i'_2$. Из геометрических соображений видно, что $\alpha = i_1 + i_2$. Угол φ - внешний угол треугольника, причем $\varphi = 2i_1 + 2i_2 = 2(i_1 + i_2)$. Следовательно, $\varphi = 2\alpha$ и не зависит от угла падения луча.

Задача 3. На рисунке приведена схема перископа, который содержит два зеркала S_1 и S_2 , установленные под углом 45° к трубе перископа. Лучи света от предмета AB через верхнее отверстие трубы перископа CD попадают на зеркало S_1 , отражаются от него и, пройдя по трубе, попадают на зеркало S_2 . Отразившись от зеркала S_2 , свет через нижнее отверстие трубы EF попадает в глаз наблюдателя (точка O). Определить наименьшую ширину h верхнего отверстия перископа, позволяющего наблюдать во весь рост человека высотой H , стоящего от перископа на расстоянии L , если расстояние между зеркалами по вертикали равно L_1 .

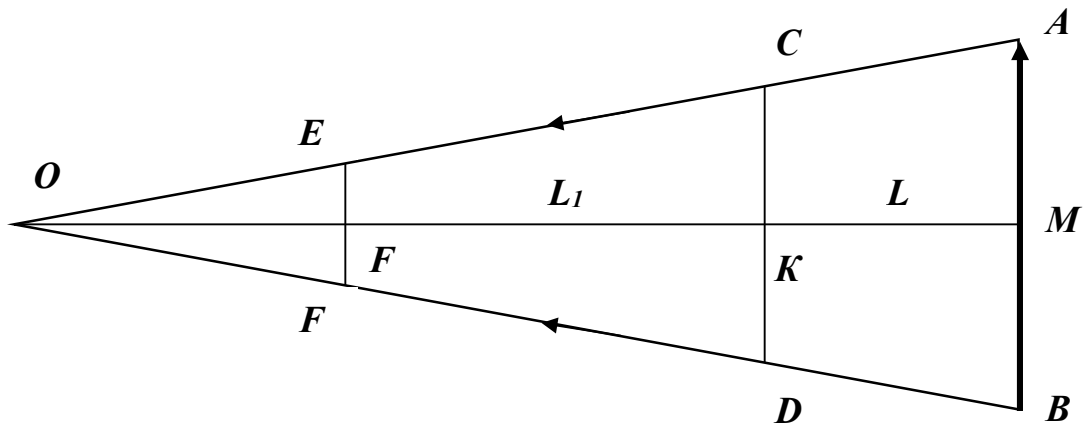


Решение. Выберем два крайних луча AC и BD , лежащие в плоскости чертежа. Поскольку плоскости зеркал перпендикулярны к плоскости чертежа, то после отражения лучи AC и BD также останутся

в плоскости чертежа. Заметим, что после второго отражения луч возвращается к своему первоначальному направлению. Поэтому лучи AC и BD можно изобразить в виде прямых, сходящихся в точке O.

Отрезок AB - высота H рассматриваемого человека, CD и EF - размеры соответственно верхнего и нижнего отверстий перископа. В треугольнике OAB проведем высоту OM. Из подобия треугольников OAB и OCD следует, что

$$OM/OK = AB/CD \quad (1)$$



Согласно условию задачи, $AB = H$; $CD = h$; $KM = L$. Так как расстоянием от нижнего отверстия до глаза можно пренебречь ($OF = 0$), то $OK = L_1$. Тогда из соотношения (1) получим:

$$(L_1 + L)/L_1 = H/h,$$

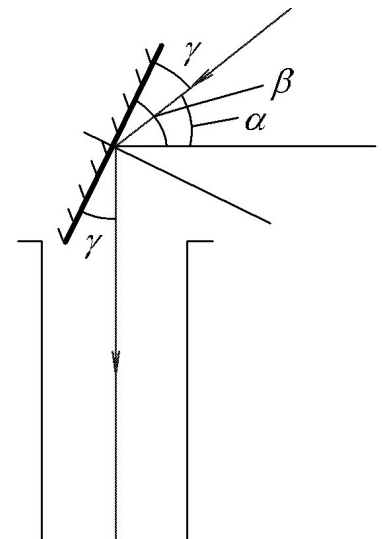
откуда

$$h = HL_1 / (L_1 + L)$$

Задача 4. Высота Солнца над горизонтом составляет $\alpha = 38^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить зеркало, чтобы осветить солнечными лучами дно вертикального колодца?

Решение. Из построения видно, что $\gamma + \alpha + \pi/2 + \gamma = \pi$, причем $\beta = \gamma + \alpha$. Очевидно, $\beta + \pi/2 + \beta - \alpha = \pi$, откуда

$$\beta = \pi/4 + \alpha/2.$$

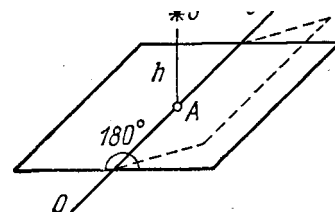


Задачи для самостоятельной работы

1. Над центром круглого бассейна радиусом $R = 5$ м, залитого до краев водой, на высоте $H = 3$ м над поверхностью воды висит лампа. На какое расстояние x от края бассейна может отойти человек, рост которого $h = 1,8$ м, чтобы все еще видеть отражение лампы в воде?

2. Яркая лампа висит над центром комнаты на высоте $h = 2,5$ м от пола. Высота комнаты $H = 4$ м. На полу лежит круглое зеркальце диаметром $d = 5$ см. Какого размера «зайчик» будет от него на потолке, если зеркальце расположено на расстоянии от центра комнаты: а) $x_1 = 0,5$ м и б) $x_2 = 1,5$ м?

3. Двугранный угол между двумя плоскими зеркалами был первоначально равен 180° . Его можно изменять, вращая одно из зеркал вокруг оси OO' (рис.) с постоянной угловой скоростью $\omega = 1,5$ градуса в секунду. Светящаяся точка S расположена на перпендикуляре к неподвижному зеркалу, восставленному из точки A оси на расстоянии $h = 10$ см от нее. Через какое время t расстояние между изображениями точки в зеркалах будет равно $r = 10$ см?



4. Два плоских зеркала располагаются под углом друг к другу и между ними помещается точечный источник света. Изображение источника в первом зеркале находится на расстоянии $a_1 = 6$ см, а во втором зеркале — на расстоянии $a_2 = 8$ см от источника. Расстояние от одного изображения до другого $b = 10$ см. Узнать угол α между зеркалами.

5. Два малых зеркала расположены на одинаковом расстоянии друг от друга и от источника света. Каков должен быть угол φ между

зеркалами, если луч после двух отражений: 1) направляется прямо к источнику; 2) возвращается обратно к источнику по пройденному пути (т. е. испытывает еще одно отражение)?

6. Плоское зеркало поворачивается на угол $\alpha = 27^\circ$. На какой угол β повернется отраженный от зеркала луч?

7. Узкий луч света, проходя через маленькое отверстие в экране (перпендикулярно к нему), попадает на вращающееся шестигранное зеркало, ось вращения которого параллельна экрану и находится напротив отверстия. Какой длины L будет прочерчивать полоску на экране отраженный от зеркала луч, если расстояние между зеркалом и экраном $l = 1$ м? Размерами граней зеркала по сравнению с расстоянием l можно пренебречь.

8. Два зеркала образуют двугранный угол $\varphi < \pi$. На одно из зеркал падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Доказать, что угол отклонения α этого луча от первоначального направления после отражения от обоих зеркал не зависит от угла падения.

9. Световой луч отражается последовательно от двух плоских зеркал по одному разу от каждого. Зеркала скреплены друг с другом и составляют двугранный угол $\varphi < \pi$. На какой угол γ от своего первоначального направления отклонится отраженный луч, если система зеркал поворачивается на угол β вокруг оси, лежащей в плоскости обоих зеркал? Как падающий, так и отраженный лучи лежат в плоскости, перпендикулярной к этой оси.

11. Сферическое зеркало. Классификации сферических зеркал.

Сферическим зеркалом называют зеркально отражающую поверхность, имеющую форму сферического сегмента.

Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют **оптическим центром зеркала**.

Вершину сферического сегмента называют **полюсом**.

Прямая, проходящая через оптический центр и полюс зеркала, называется **главной оптической осью** сферического зеркала. Главная оптическая ось выделена из всех других прямых, проходящих через оптический центр, только тем, что она является осью симметрии зеркала.

Классификации сферических зеркал.

Сферические зеркала бывают **вогнутыми и выпуклыми**. Если на вогнутое сферическое зеркало падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси, то после отражения от зеркала лучи пересекутся в точке, которая называется **главным фокусом F** зеркала. Расстояние от фокуса до полюса зеркала называют **фокусным расстоянием** и обозначают той же буквой F .

У вогнутого сферического зеркала главный фокус **действительный**, т.е. в данной точке действительно пересекаются отраженные от зеркала лучи, а не их продолжения, как в случае мнимости. Он расположен посередине между центром и полюсом зеркала (рис. 7).

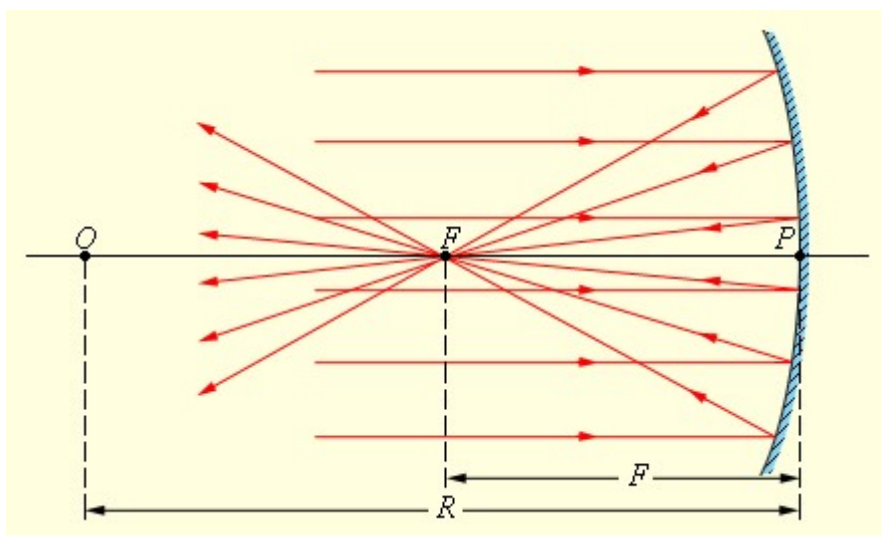


Рис. 7. Отражение параллельного пучка лучей от вогнутого сферического зеркала. Точки O – оптический центр, P – полюс, F – главный фокус зеркала; OP – главная оптическая ось, R – радиус кривизны зеркала

Следует иметь в виду, что отраженные лучи пересекаются приблизительно в одной точке только в том случае, если падающий параллельный пучок был достаточно узким (параксиальный пучок).

Главный фокус выпуклого зеркала является мнимым. Если на выпуклое зеркало падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после отражения в фокусе пересекутся не сами лучи, а их продолжения (рис. 8).

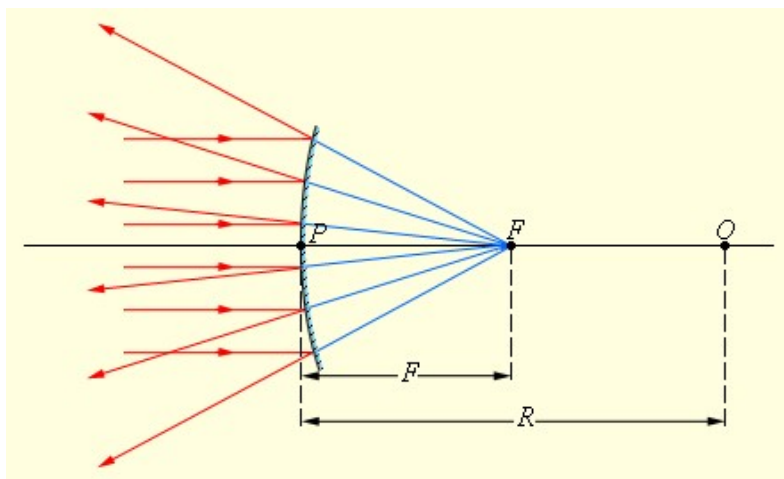


Рис. 8. Отражение параллельного пучка лучей от выпуклого зеркала. F – мнимый фокус зеркала, O – оптический центр; OP – главная оптическая ось

Фокусным расстояниям сферических зеркал приписывается определенный знак: для вогнутого зеркала $F = R/2$, для выпуклого $F = -R/2$, где R – радиус кривизны зеркала. Знаком характеризуется действительность («+») или мнимость («-») величины.

12. Побочный фокус. Фокальная поверхность.

Побочный фокус (действительный для вогнутого зеркала и, соответственно, мнимый для выпуклого) – точка пересечения отраженных от сферической поверхности зеркала лучей (или их

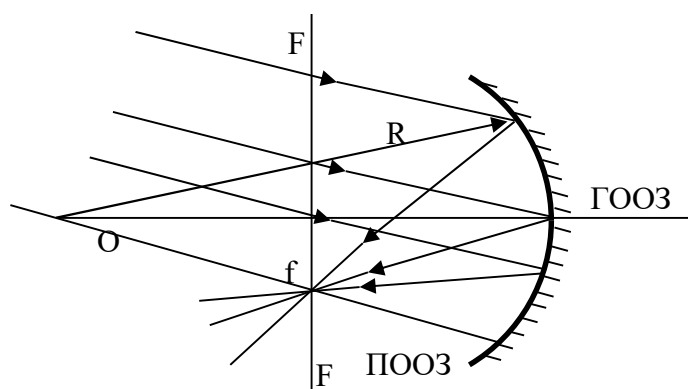


Рис. 9 Построение побочного фокуса и фокальной поверхности вогнутого зеркала.

продолжений), падающих на него параллельным параксиальным пучком под углом к главной оптической оси зеркала (ГООЗ).

Побочная оптическая ось зеркала (ПООЗ) – любая прямая, проходящая через оптический центр O зеркала.

Фокальная поверхность - поверхность, на которой располагаются все фокусы оптической системы при различных наклонах проходящих через нее световых пучков. В идеальной (безабберационной) оптической системе фокальной поверхностью служит фокальная плоскость. Таким образом, **фокальная поверхность** есть ГМТ всех побочных фокусов и главного фокуса и для сферического зеркала в параксиальном приближении представляет собой плоскость FF , перпендикулярную главной оптической оси зеркала, проходящую через главный фокус (Рис.9).

13. Апертура зеркала.

Апертура сферического зеркала - угол, образованный двумя лежащими в одной плоскости с главной осью радиусами, проведенными к краям сферического сегмента, образующего зеркало. (Рис. 10) Этот угол - NOL . Часто под апертурой понимают физический диаметр A сферического сегмента, образующего зеркало.

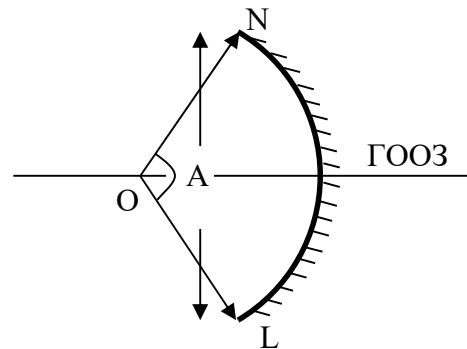


Рис. 10. К определению апертуры сферического зеркала

14. Сферическая aberrация*.

Сферическое зеркало.

В случае, если образующая поверхность зеркала представлена сегментом сферы, параллельные лучи света A и B , идущие от бесконечно удаленного источника, не соберутся в одной точке. Они, после отражения от сферической поверхности в точках N и M , пересекут $GOOZ$ в разных точках A' и B' соответственно. Это явление называется **сферической aberrацией** (Рис. 11).

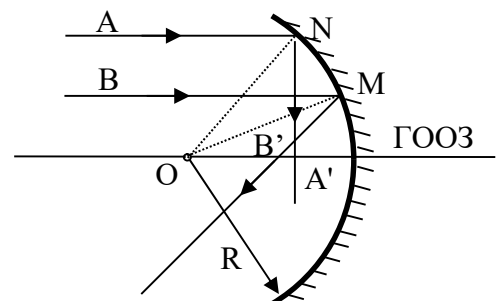


Рис. 11. Сферическая aberrация.

Параболическое зеркало.

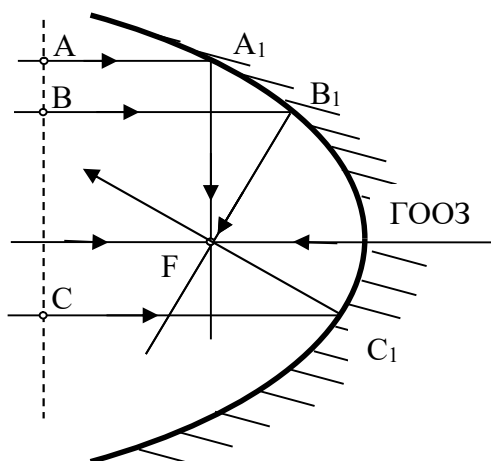


Рис. 12. Монофокус параболического зеркала

В случае, если образующая поверхность зеркала представлена параболоидом вращения, параллельные лучи света, идущие от бесконечно удаленного источника P , должны собраться в одной точке F (Рис. 12).

Принцип Ферма (**Луч света между двумя точками распространяется по тому пути, который занимает меньше всего времени**) требует выполнения

следующих равенств: $AA_1 + A_1F = BB_1 + B_1F = CC_1 + C_1F = \dots$

Из математики известно, что таким свойством обладает парабола, где точка F - её фокус.

Эллиптическое зеркало.

В случае, если образующая поверхность зеркала представлена эллипсоидом вращения, точки P и P_1 находятся внутри зеркальной поверхности.

Принцип Ферма требует выполнения следующих равенств: $PA + AP_1 = PB + BP_1 = PC + CP_1 = \dots$

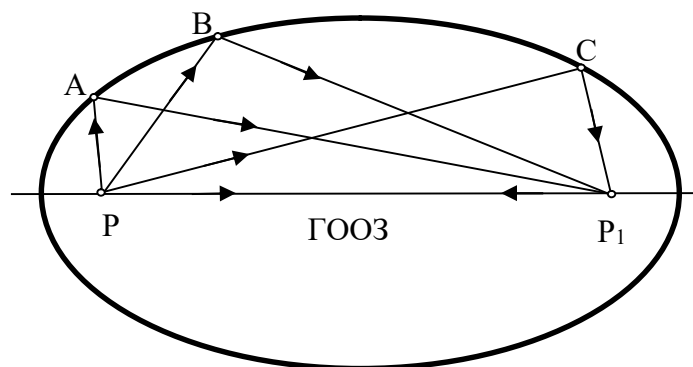


Рис. 13. Эллиптическое зеркало



Рис.14. Аппроксимация параболы окружностью

Кривая, для каждой точки которой сумма расстояний до двух заданных точек (фокусов) имеет одно и то же значение, представляет собой эллипс (Рис. 13). Поэтому фокусировка выходящих из точки P лучей в заданной точке P_1 обеспечивается зеркалом в форме эллипсоида вращения с фокусами в точках P и P_1 .

Таким образом, очевидно, что монофокусностью обладают только параболические зеркала. Поэтому, рассматривая построения изображений в сферических зеркалах, необходимо считать световые пучки, падающие на поверхность сферических зеркал параксиальными (аксиально-симметричными), т.е. падающими вблизи и под малыми углами к главной оптической оси. Т.е. апертура зеркала должна быть такой, чтобы в окрестности полюса параболическая поверхность была аппроксимирована образующей поверхностью сферы.

Если световые пучки непараксиальные, то возникает явление сферической аберрации.

15. Параксиальное приближение.

Условие параксиальности световых пучков.

На зеркало падает луч KM параллельно $GOOZ$ (Рис. 14). В т. падения восстановим перпендикуляр – радиус MO . Строим отраженный луч MF , который пройдет через главный фокус зеркала F . Углы KMO и MOF равны как накрест лежащие. Т.О. треугольник OFM – равнобедренный и отрезок

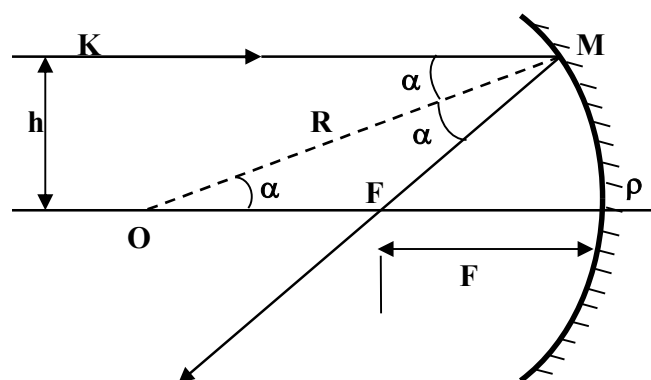


Рис. 14. Параксиальное приближение.

$$OF = OM / 2 \cos \alpha = R / 2 \cos \alpha.$$

Тогда фокусное расстояние $F = \rho F = \rho O - OF = R - R / 2 \cos \alpha$.

$\sin \alpha = h / R$, поэтому:

$$F = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - h^2/R^2}} \right)$$

Мы видим, что в сферическом зеркале имеет место сферическая абберация: фокусное расстояние оказывается различным для лучей, находящихся на разных расстояниях от ГООЗ.

Условием параксиальности светового пучка и, следовательно, квазимонофокусности сферического зеркала является: $h \ll R$. А условие фокусировки: $F = R / 2$.

Все дальнейшие вопросы, связанные с построениями и аналитическими решениями задач о сферических зеркалах мы, по умолчанию, будем рассматривать в параксиальном приближении.

16. Свойства основных лучей при построении изображений в сферическом зеркале.

I. Вогнутое зеркало:

а) Луч, падающий на поверхность зеркала параллельно ГООЗ, отразившись, пройдет через главный фокус F (Рис. 15а).

б) Луч, падающий на поверхность зеркала через оптический центр (т.е. вдоль радиуса сферы, образующей поверхность зеркала), отразится в обратном направлении (Рис. 15б).

в) В каждом случае справедливо и обратное утверждение. Это свойство

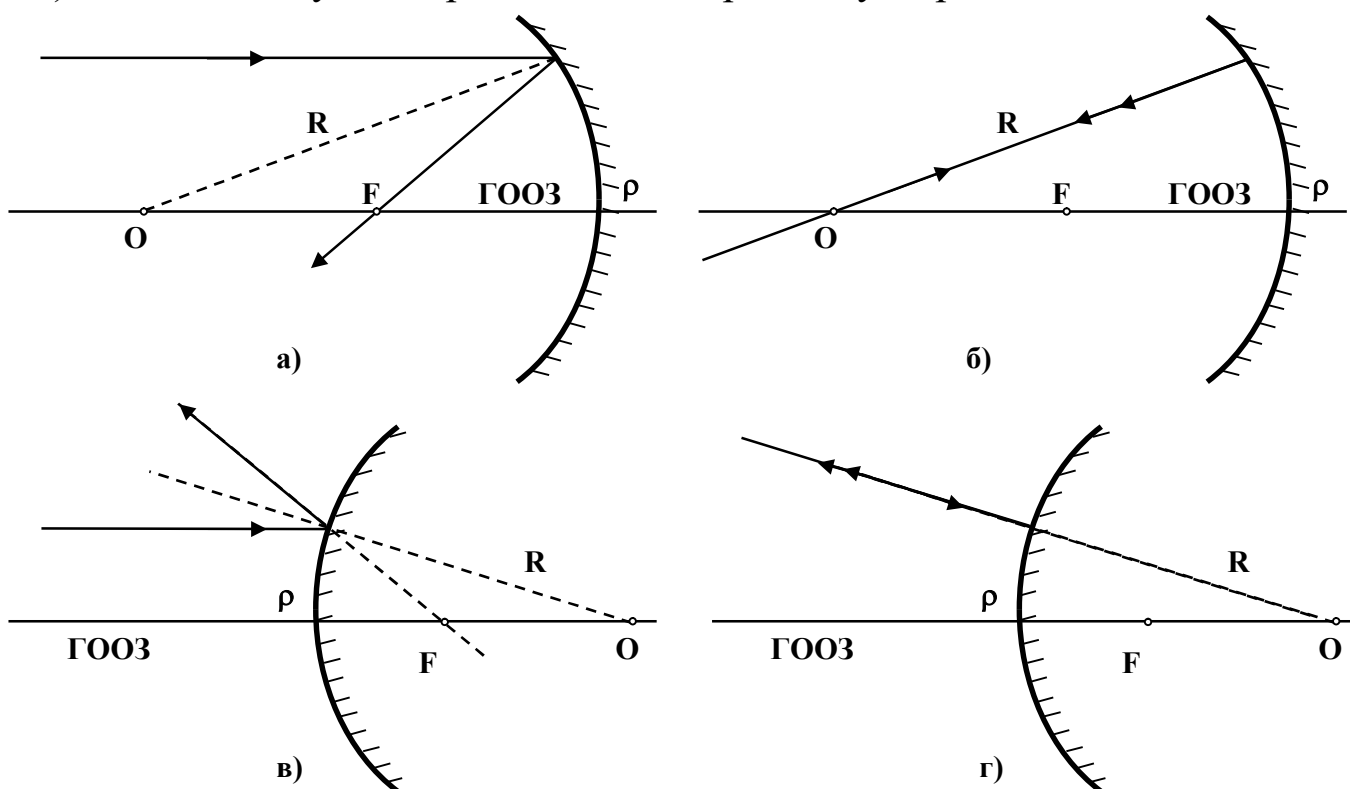


Рис. 15. Свойства основных лучей

обратимости световых лучей.

II. Выпуклое зеркало:

а) Луч, падающий на поверхность зеркала параллельно ГООЗ, отразившись, пройдет так, что его продолжение за поверхностью зеркала пересечет ГООЗ в главном фокусе F (Рис. 15в).

б) Луч, падающий на поверхность зеркала в направлении на оптический центр (т.е. вдоль радиуса сферы, образующей поверхность зеркала), отразится в обратном направлении (Рис. 15г).

в) В каждом случае справедливо и обратное утверждение. Это свойство обратимости световых лучей.

17. Построение изображений в сферических зеркалах.

I. Построение изображений точечных источников.

Рассмотрим теперь построение изображения S' точечного источника S , лежащего на главной оптической оси сферического зеркала (Рис. 16). При построении изображения любой точки источника нет надобности рассматривать много лучей. Для этого достаточно построить два луча; точка их пересечения определит местоположение изображения. Удобнее всего построить те лучи, ход которых легко проследить.

В нашей задаче в качестве второго луча удобно выбрать саму ГООЗ, и, следовательно, для корректного определения положения изображения достаточно построить ход любого произвольного луча до его пересечения, после отражения от поверхности сферы, с ГООЗ.

Алгоритм построения:

- Изобразить произвольный луч от источника S до поверхности зеркала (SM);
- Параллельно построенному лучу через центр зеркала (O) провести побочную оптическую ось (пунктир через $t.O$);
- Восстановить перпендикулярно ГООЗ фокальную плоскость (FF); Точка пересечения фокальной плоскости и побочной оси – побочный фокус (f);

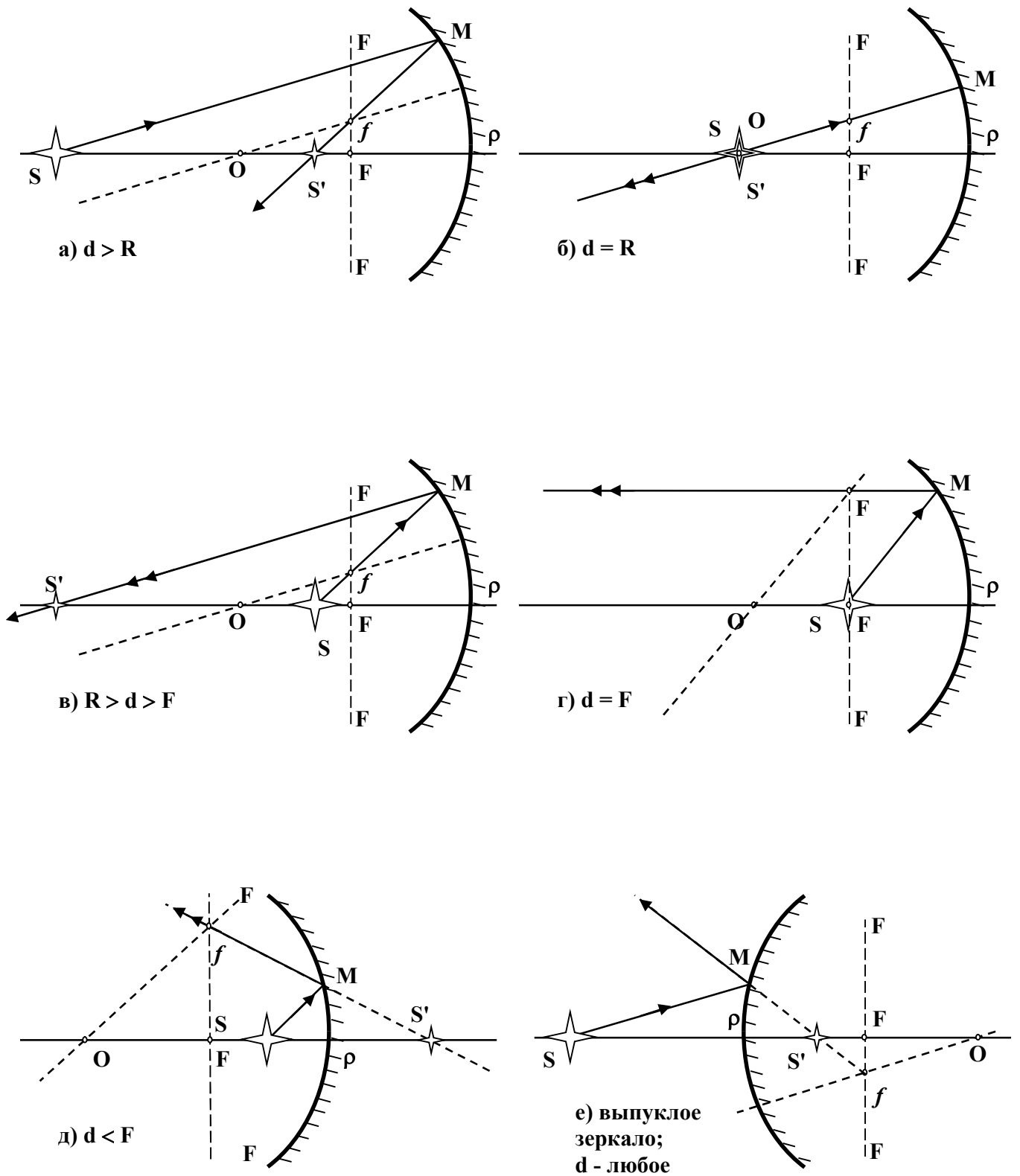


Рис. 16. Построение изображения S' точечного источника S , лежащего на ГООЗ вогнутого зеркала (а – д) и выпуклого зеркала (е).

- Отраженный луч (или его продолжение) от т.М пройдет через побочный фокус (f) до пересечения с ГООЗ;
- Эта точка и укажет положение искомого изображения S' .

В случае г) изображения не будет, лучи, отразившись от зеркала, уйдут параллельным пучком в бесконечность.

В случаях д) и е) изображение оказывается за зеркалом, что говорит о его мнимости.

II. Построение изображений протяженных источников.

Рассмотрим теперь изображение в сферическом зеркале небольших предметов, расположенных вблизи главной оси. Выражение «небольшой предмет» будет означать, что данный предмет виден из центра зеркала под малым углом. Так как отдельные точки протяженного предмета лежат вне главной оптической оси, то поставленная задача сводится к построению изображения таких «внеосевых» точек.

Пусть точечный источник света находится в точке S_1 на некотором расстоянии от главной оси зеркала (рис. 17). Проведем через него побочную оптическую ось OS_1 . По отношению к отражению в сферическом зеркале точка S_1 вполне равноправна с точкой S , лежащей на главной оси зеркала на том же расстоянии от его центра O . Таким образом, если выделить узкий пучок лучей вблизи оси S_1O , то, пользуясь предыдущими построениями, можно утверждать, что он после отражения соберется снова в одной точке S_1' — изображении точки S_1 . Легко видеть, что любая точка дуги S_1SS_2 с центром в точке O изобразится точкой, лежащей на дуге $S_1'S_2'$ с центром также в O . Другими словами, дуга $S_1'S_2'$ является изображением дуги S_1SS_2 .

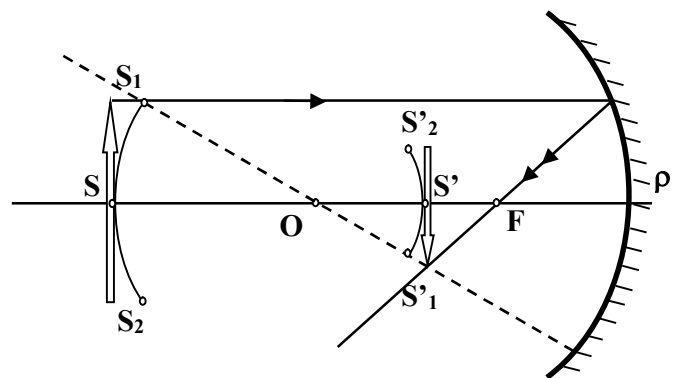


Рис. 17

Будем предполагать, что все точки дуги S_1SS_2 находятся на небольшом расстоянии от главной оси. Тогда практически можно заменить дуги S_1SS_2 и $S_1'S'S_2'$ прямолинейными отрезками (стрелками), перпендикулярными к главной оси.

Аналогичные рассуждения позволят построить изображение протяженного объекта в выпуклом зеркале (Рис.18).

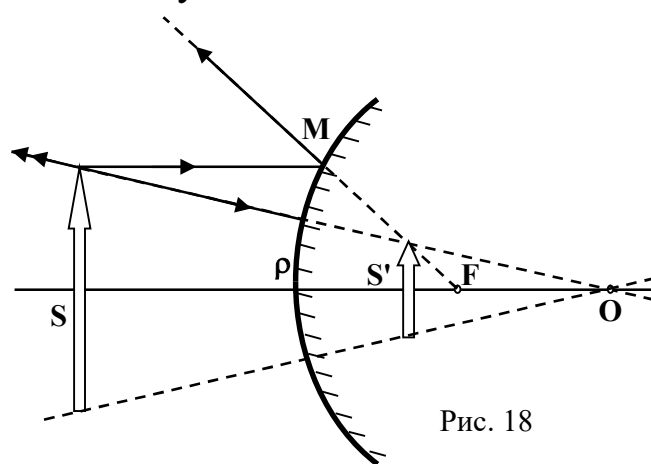


Рис. 18

Итак, мы доказали, что небольшой отрезок, перпендикулярный к главной оси, изобразится после отражения в сферическом зеркале также отрезком, перпендикулярным к главной оси. Этот вывод имеет силу только при выполнении условия параксиальности. Практически нарушение этого условия приводит к тому, что изображение становится нечетким, расплывчатым по краям.

На рис 19 перечисленные выше основные лучи изображены для случая вогнутого зеркала. Все эти лучи проходят через точку A' , которая является изображением точки A . Все остальные отраженные лучи также проходят через точку A' . Ход лучей, при котором все лучи, вышедшие из одной точки, собираются в другой точке, называется стигматическим. Отрезок $A'B'$ является изображением предмета AB , $d = 3F$.

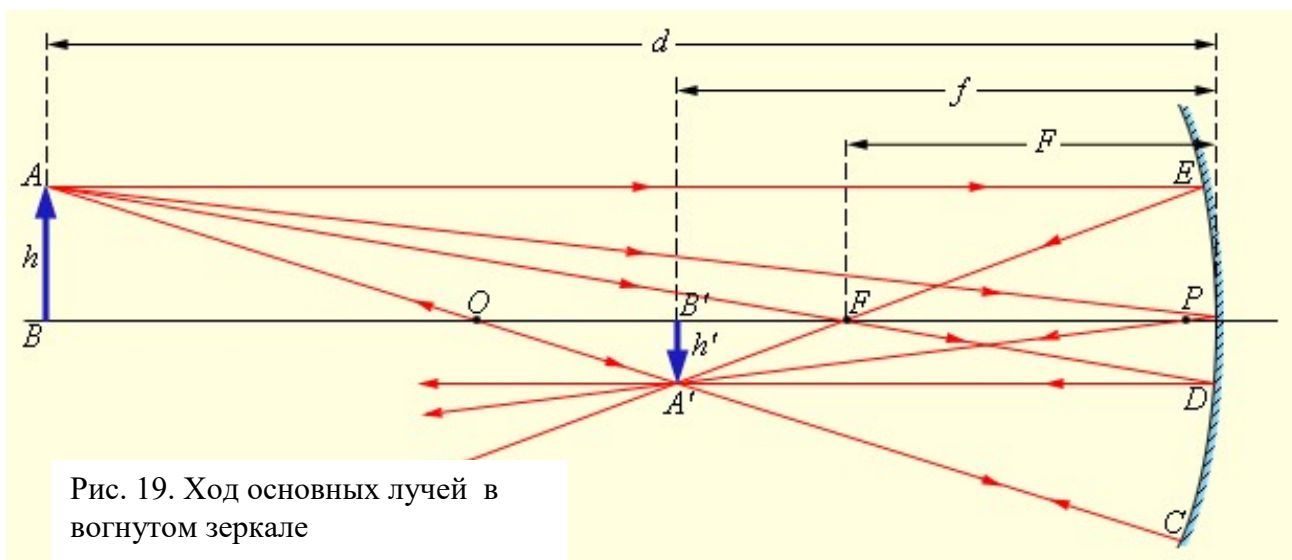


Рис. 19. Ход основных лучей в вогнутом зеркале

18. Формула сферического зеркала. Смысл знаков.

Положение изображения и его размер можно также определить с помощью формулы сферического зеркала:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

Здесь d – расстояние от предмета до зеркала, f – расстояние от зеркала до изображения. Величины d и f подчиняются определенному правилу знаков:

- $d > 0$ и $f > 0$ – для действительных предметов и изображений;
- $d < 0$ и $f < 0$ – для мнимых предметов и изображений.

Для случая, изображенного на рис. 19, имеем:

$F > 0$ (зеркало вогнутое); $d = 3F > 0$ (действительный предмет).

По формуле сферического зеркала получаем:

$$f = \frac{3}{2}F > 0$$

следовательно, изображение действительное.

Если бы на месте вогнутого зеркала стояло выпуклое зеркало с тем же по модулю фокусным расстоянием, мы получили бы следующий результат: $F < 0$, $d = -3F > 0$, – изображение мнимое.

Линейное (поперечное) увеличение сферического зеркала Γ определяется как отношение поперечных (или нормальных) ГООЗ линейных размеров изображения h' и предмета h :

$$\Gamma = \frac{h'}{h}$$

Величине h' в определенных случаях удобно приписывать знак в зависимости от того, является изображение прямым ($h' > 0$) или перевернутым ($h' < 0$). Величина h всегда считается положительной. При таком определении линейное увеличение сферического зеркала выражается формулой, которую можно легко получить из рис. 19:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}$$

В первом из рассмотренных выше примеров – следовательно, изображение перевернутое, уменьшенное в 2 раза ($\Gamma = -1/2$). Во втором примере – изображение прямое, уменьшенное в 4 раза ($\Gamma = 1/4$).

Знак «-» часто опускают или приписывают ему физический смысл мнимости одной из величин. Поэтому при решении задачи важно изначально определить смысл, который вы в данной задаче приписываете знаку этой величины.

19. Вывод формулы сферического зеркала.

I. Способ: Пусть точечный источник света S расположен на главной оси зеркала на расстоянии $S\rho = d$ от полюса (Рис. 20). Рассмотрим параксиальный луч SM , т. е. образующий с главной осью малый угол γ и падающий на зеркало в точке M на высоте h над осью, так что h мало по сравнению с d и с радиусом зеркала R . Отраженный луч пересечет ось в точке S' на расстоянии $S'\rho = f$ от полюса. Угол, образуемый отраженным лучом с осью, обозначим γ' . Он также будет мал.

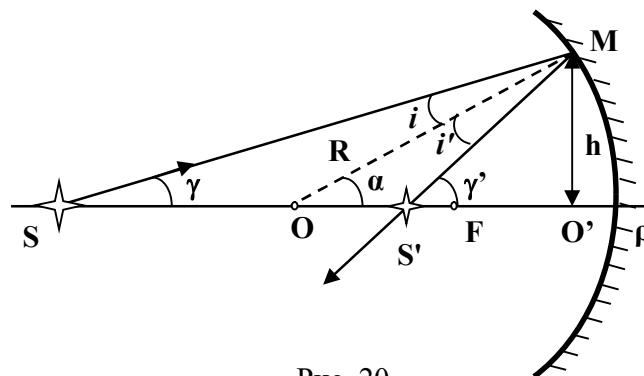


Рис. 20

К I выводу формулы сферического зеркала

Очевидно, OM есть перпендикуляр к поверхности зеркала в точке падения, i — угол падения, i' — угол отражения. По закону отражения $\angle i = \angle i'$

Обозначим буквой α угол, образуемый радиусом OM с осью. Из треугольника SMO имеем: $i + \gamma = \alpha$

из треугольника OMS' имеем: $\gamma' = \alpha + i'$

Складывая эти уравнения и учитывая, что $i = i'$, находим:

$$\gamma + \gamma' = 2\alpha \quad (1)$$

Так как мы рассматриваем узкий пучок лучей, прилегающих к главной оси, т. е. углы γ , γ' и α малы, то мы можем заменить синусы углов самими углами и пренебречь длиной отрезка $\rho O'$. Тогда мы будем иметь приближенные равенства:

$$\gamma \approx \sin \gamma = h/d;$$

$$\gamma' \approx \sin \gamma' = h/f;$$

$$\alpha \approx \sin \alpha = h/R.$$

Подставляя полученные равенства в уравнение (1) и сокращая на общий множитель h , находим:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F}$$

(2)

То, что высота h , равно как и угол γ , не входят в окончательный результат, означает, что любой луч, выходящий из точки S (удовлетворяющий условию параксиальности), после отражения пройдет через точку S' на расстоянии f от полюса. Таким образом, точка S' есть изображение точки S .

Мы видим, что при отражении в сферическом зеркале изображением точечного источника является снова точка. Точка S , в которой расположен источник, и точка S' , в которой находится изображение, **сопряжены** между собой, т. е., поместив источник в точку S' , мы получим изображение в точке S (следствие свойства обратимости световых лучей).

Полученная нами формула (2) является основной формулой сферического зеркала.

Легко доказать, что для выпуклого сферического зеркала эта формула остается в силе с учетом мнимости (знаков) главного фокусного расстояния и изображения ($F < 0$; $f < 0$).

II. Способ: Получим эту формулу из более простых соображений.

Построим изображение $A'B'$ протяженного источника AB (Рис. 21), расположенного перпендикулярно к главной оси вогнутого зеркала на расстоянии $\rho_A = d$

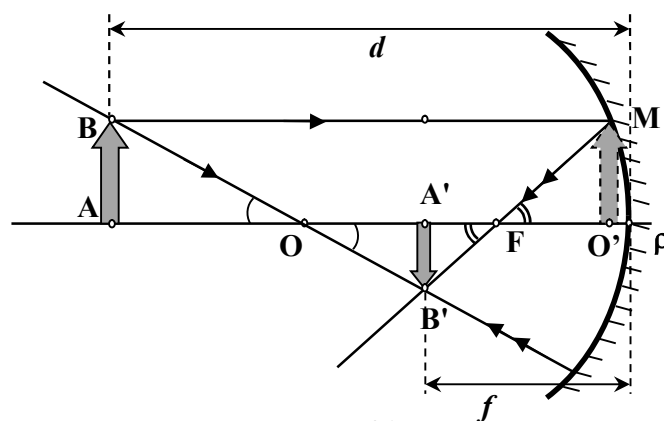


Рис. 21

К II выводу формулы сферического зеркала

от полюса. $AB = h$; $A'B' = h'$ (h мало по сравнению с d и с радиусом зеркала R , кроме того $\rho O' \approx 0$). Параллельным переносом построим OM (клон объекта AB) в отражающей плоскости зеркала.

Рассмотрим две пары подобных треугольников: $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$ и $\triangle A'B'F \sim \triangle AO'M$. Эти треугольники подобны по 2-м углам. Из подобия треугольников следует:

$$h' / h = (R - f) / (d - R) \quad (1);$$

$$h' / h = (f - F) / F \quad (2).$$

Приравняем (1) и (2) и раскроем скобки:

$$\cancel{R}F - fF = fd - Fd - fR + \cancel{RF}.$$

$$R = 2F, \text{ тогда } -fF = fd - Fd - 2fF \quad \text{или} \quad fF = fd - Fd.$$

Разделим все слагаемые в последнем равенстве на произведение Fd :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

ч.т.д.

Самостоятельно получите формулу для выпуклого зеркала обоими способами.

Задачи для самостоятельной работы

10. Посеребренная сфера рассечена на две части плоскостью. На каком расстоянии b от центра сферы проходит эта плоскость, если известно, что меньшая часть представляет собой сферическое зеркало диаметром $a = 0,64$ м с фокусным расстоянием $F = 0,65$ м?

11. Вогнутое сферическое зеркало имеет фокусное расстояние $F = 1$ м. На каком расстоянии d от зеркала необходимо поместить источник света, чтобы его изображение совпало с самим источником?

12. Расстояние предмета от вогнутого сферического зеркала $d = 0,5$ м, расстояние изображения $l = 2$ м. Найти радиус R кривизны зеркала.

13. На расстоянии $d = 0,14$ м от вершины вогнутого зеркала находится предмет, высота которого $l = 0,06$ м. Фокусное расстояние зеркала $F = 0,11$ м. Найти высоту L изображения предмета.

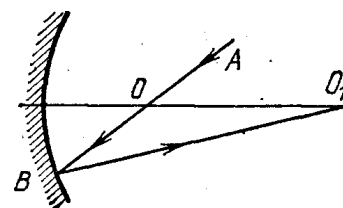
14. Предмет находится на расстоянии $d = 48$ см от вершины вогнутого зеркала. Зеркало дает уменьшенное в $n = 4$ раза обратное (перевернутое) изображение предмета. Найти радиус R кривизны зеркала.

15. Вогнутое сферическое зеркало дает действительное изображение, которое в $\Gamma = 4$ раза больше предмета. Определить фокусное расстояние F зеркала, если расстояние между предметом и его изображением $a = 1,5$ м,

16. Малый участок внутренней поверхности сферы посеребрен. На диаметрально противоположной стороне сферы получилось чёткое изображение некоторого предмета, помещенного внутри нее. С каким увеличением Γ изображается предмет?

17. Расстояние светящейся точки от вогнутого зеркала равно двум радиусам кривизны. Светящаяся точка находится на главной оптической оси зеркала. Где расположено изображение точки? Построить это изображение.

18. На вогнутое зеркало падает луч AOB , пересекающий главную оптическую ось зеркала в точке O . Отраженный от зеркала луч BO_1 пересекает ту же ось в точке O_1 (рис.). Найти построением положение фокуса зеркала.



19. С помощью вогнутого зеркала получено действительное изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = 5$. Оказалось, что если пере-

местить предмет на некоторое расстояние вдоль оптической оси, изображение переместится вдоль оптической оси на такое же расстояние. Найти полученное при новом расположении увеличение Γ_2 .

20. Изображение, которое дает вогнутое зеркало, в $\Gamma_1 = 5$ раз больше предмета. Если же передвинуть зеркало на $a = 2$ см ближе к предмету, то изображение, оставаясь действительным, станет больше предмета в $\Gamma_2 = 7$ раз. Найти величину F фокусного расстояния зеркала.

21. Изображение, даваемое вогнутым зеркалом, в $n_1 = 4$ раза меньше предмета. Если предмет передвинуть на расстояние $l = 5$ см ближе к зеркалу, то изображение будет меньше предмета только в $n_2 = 2$ раза. Определить фокусное расстояние F зеркала.

22. Фокус вогнутого зеркала расположен на расстоянии $a = 0,24$ м от светящегося предмета и на расстоянии $b = 0,54$ м от его изображения. Найти увеличение Γ предмета, даваемое зеркалом.

23. Светящаяся точка расположена на расстоянии $d = 0,75$ м от вогнутого зеркала и на расстоянии $l = 0,05$ м от главной оптической оси зеркала. Изображение светящейся точки находится на расстоянии $L = 0,2$ м от оси. Определить радиус кривизны R зеркала для случаев, когда изображение действительное и когда оно мнимое.

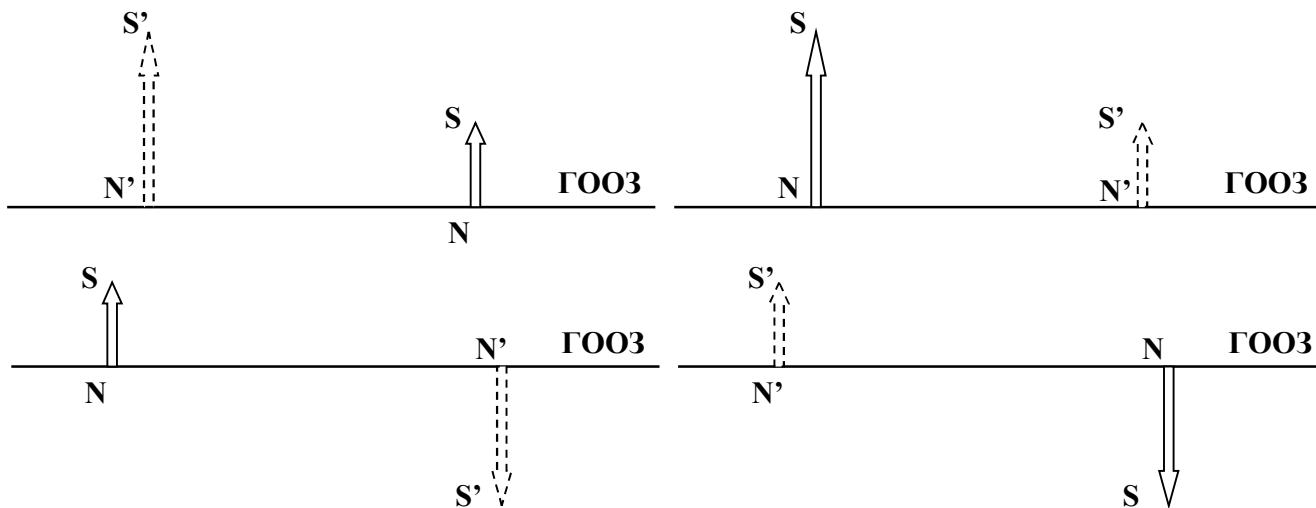
24. Пучок световых лучей от бесконечно удаленного источника падает на экран, в котором проделано отверстие диаметром $d = 7$ см. Плоскость экрана перпендикулярна к лучам. На расстоянии $a = 68$ см за экраном расположено вогнутое зеркало, оптическая ось которого совпадает с осью пучка. Фокусное расстояние зеркала $F = 28$ см. Определить диаметр D светлого круга на экране.

25. Вогнутое зеркало с радиусом кривизны $R = 1$ м дает мнимое изображение предмета, расположенное на расстоянии $f = 3$ м от зеркала. На каком расстоянии d от зеркала находится сам предмет?
26. На каком расстоянии d от вогнутого зеркала с радиусом кривизны $R = 120$ см нужно поместить предмет, чтобы получить прямое, увеличенное в $\Gamma = 4$ раза изображение предмета?
27. Каков радиус кривизны R вогнутого сферического зеркала, если изображение предмета, помещенного перед ним на расстоянии $d = 21$ см, получается в $\Gamma = 6$ раз больше самого предмета?
28. Величина изображения, полученного с помощью вогнутого зеркала, вдвое ($\Gamma = 2$) больше величины предмета. Расстояние между изображением и предметом $l = 18$ см. Найти радиус R кривизны зеркала.
29. Светящаяся точка находится на главной оптической оси сферического вогнутого зеркала на одинаковом расстоянии от зеркала и его главного фокуса. Перпендикулярно к главной оптической оси зеркала расположен экран, центр которого совпадает с оптическим центром зеркала. Во сколько раз диаметр светлого круга на экране превышает диаметр (апертуру) зеркала?
30. Расстояние между предметом и его мнимым, увеличенным $\Gamma = 2$ раза изображением в сферическом зеркале равно $l = 1,5$ м. Найти радиус R кривизны зеркала.
31. Светящаяся точка расположена на расстоянии $a = 0,2$ м от главной оптической оси вогнутого зеркала, ее мнимое изображение — на расстоянии $b = 0,5$ м от той же оси. Во сколько раз фокусное расстояние зеркала превышает расстояние от светящейся точки до фокальной плоскости?

32. Отрезок, соединяющий фокус вогнутого сферического зеркала с его полюсом, разделен на три равные части и в точках деления помещены точечные источники света. Каково расстояние l между изображениями этих источников, если радиус кривизны зеркала равен R .

33. Упавший на мягкую глину шар оставил на ней углубление, диаметр которого составляет 0,8 диаметра шара. После затвердевания глины выемку посеребрили и получившееся сферическое зеркало накрыли плоским стеклом. С каким линейным увеличением дает это зеркало изображение рисунка, нанесенного в центре стекла?

34. SN — предмет, $S'N'$ — его изображение в сферическом зеркале (рис.). Найти построением положение полюса зеркала, его центра и фокуса для 4-х случаев.



35. Наблюдатель видит свое изображение в сферическом зеркале, находящемся от него на расстоянии $d = 0,2$ м, в $k = 1,5$ раза большим изображения, получающегося в плоском зеркале, находящемся на таком же расстоянии. Определить радиус кривизны R сферического зеркала.

36. Сходящиеся лучи падают на вогнутое зеркало, главное фокусное расстояние которого $F = 0,5$ м, и после отражения собираются в точке, отстоящей на $f = 0,2$ м от зеркала и на $L = 0,15$ м от его главной оптической оси. На каком расстоянии l от этой же оси соберутся лучи, если убрать зеркало? Построить ход лучей.

37. На вогнутое зеркало, главное фокусное расстояние которого $F = 0,1$ м, падают сходящиеся лучи. Если лучи продолжить за зеркало до их пересечения, точка пересечения будет находиться на расстоянии $d = 0,3$ м от зеркала. На каком расстоянии от зеркала соберутся лучи после отражения?

38. Вогнутое зеркало поставлено против сходящегося пучка лучей так, что точка, где лучи пересекались, осталась за зеркалом на расстоянии $d = 20$ см от его вершины. После отражения лучи сошлись в одну точку на расстоянии, равном $1/5$ фокусного расстояния зеркала. Найти радиус R кривизны зеркала.

39. Расстояние светящейся точки от сферического зеркала $d = 4,8$ см, расстояние изображения этой точки от фокуса зеркала $a = 20$ см. Точка находится на главной оптической оси зеркала. Найти фокусное расстояние F зеркала.

40. Построить изображение S' светящейся точки S , находящейся на главной оптической оси выпуклого зеркала. Положение центра зеркала O , его полюса ρ и фокуса F известно.

41. Радиус кривизны выпуклого зеркала $R = 1,5$ м. Предмет находится на расстоянии $d = 5$ м от зеркала. На каком расстоянии f от зеркала находится изображение предмета?

42. На каком расстоянии d от выпуклого зеркала нужно поместить источник света, чтобы его изображение получилось на расстоянии $f = 60$ см от зеркала? Главное фокусное расстояние зеркала $F = 90$ см.
43. Мнимое прямое изображение предмета получено с помощью выпуклого сферического зеркала на расстоянии $f = 12$ см от вершины зеркала. На каком расстоянии d расположен предмет, если радиус кривизны зеркала $R = 40$ см?
44. Во сколько раз высота изображения пламени свечи, удаленной на $d = 1,5$ м от выпуклого зеркала ($F = 0,5$ м), меньше высоты самого пламени?
45. Предмет высотой $h = 4$ мм находится на расстоянии $d = 10$ см от выпуклого зеркала с радиусом кривизны $R = 60$ см. Найти величину H изображения, даваемого зеркалом.
46. На каком расстоянии d от выпуклого зеркала, фокусное расстояние которого $F = 0,2$ м, находится предмет, если изображение предмета получается мнимое и уменьшенное в два раза? Построить это изображение.
47. Радиус кривизны выпуклого сферического зеркала $R = 1,6$ м. На каком расстоянии перед зеркалом должен находиться предмет, чтобы его изображение получилось в $k = 1,5$ раза ближе зеркалу, чем сам предмет?
48. Светящаяся точка расположена на расстоянии $d = 1$ м от выпуклого зеркала, а ее изображение делит точно пополам отрезок оптической оси между полюсом зеркала и его фокусом. Найти радиус R кривизны зеркала.
49. Человек смотрит в посеребренный стеклянный шар диаметром $D = 0,6$ м, находясь от него на расстоянии $d = 0,25$ м. На каком расстоянии x

от человека расположено его мнимое прямое уменьшенное изображение?

50. Тонкий карандаш длиной $l = 6$ см расположен вдоль главной оптической оси выпуклого сферического зеркала. Изображение его ближайшего к зеркалу конца находится на расстоянии $f_1 = 20$ см от зеркала, дальнего — на расстоянии $f_2 = 24$ см от зеркала. Определить главное фокусное расстояние F зеркала.

51. Тонкий луч пересекает главную оптическую ось выпуклого зеркала в некоторой точке A . На каком расстоянии от точки A необходимо расположить это зеркало, чтобы луч, отразившись от него, пересек главную оптическую ось уже в другой точке B , отстоящей от точки A на расстоянии $l = 1,5 F$?

52. Сходящиеся лучи падают на выпуклое зеркало так, что их продолжения пересекаются на оси зеркала на расстоянии $d = 24$ см за зеркалом. После отражения от зеркала эти лучи сходятся на оси зеркала в точке, находящейся перед ним на расстоянии $f = 40$ см. Определить радиус кривизны R зеркала.

53. Выпуклое зеркало, фокусное расстояние которого $F = 1,45$ м, закрывает собой отверстие в непрозрачном экране. На зеркало падают сходящиеся лучи и после отражения сходятся в точке, находящейся на оптической оси зеркала на расстоянии $f = 55$ см перед экраном. На каком расстоянии d за экраном сойдутся лучи, если вынуть зеркало из отверстия?

54. Сходящиеся лучи падают на выпуклое зеркало с радиусом кривизны $R = 0,4$ м так, что их продолжения пересекаются на оси

зеркала на расстоянии $d = 0,7$ м за зеркалом. На каком расстоянии f от зеркала сойдутся эти лучи после отражения?

55. Сходящиеся лучи падают на выпуклое зеркало так, что их продолжения пересекаются в точке, находящейся на расстоянии $d = 0,4$ м за зеркалом. После отражения от зеркала лучи расходятся таким образом, что их продолжения пересекаются в точке, отстоящей от зеркала на расстоянии $f = 1,6$ м. Обе точки пересечения лежат на главной оптической оси зеркала. Определить фокусное расстояние F зеркала.

56. Через круглое отверстие в экране, имеющее диаметр $d = 4$ см, на выпуклое сферическое зеркало, находящееся на расстоянии $a = 16$ см от экрана, падает параллельный пучок света (вдоль оптической оси зеркала перпендикулярно к экрану). Отразившись от зеркала, пучок света идет обратно и, попадая на тот же экран, образует вокруг отверстия светлое пятно диаметром $D = 6$ см. Каков радиус R кривизны зеркала?

57. Пучок параллельных лучей, пройдя через круглое отверстие в листе бумаги, образует на экране, параллельном листу и расположенном от него на расстоянии $a = 45$ см, светлый круг диаметром $d = 6$ см. Когда экран заменили выпуклым зеркалом, то на листе бумаги появилось освещенное пятно диаметром $D = 33$ см. Определить радиус кривизны зеркала R .

20. Преломление света.

Преломление света — физический процесс взаимодействия направленного потока излучения с границей раздела двух сред, сопровождающийся изменением направления распространения на границе раздела двух сред с разными оптическими свойствами в котором излучение проникает во вторую среду ([см. §6](#)).

21. Закон преломления света (Закон Снеллиуса)

Закон преломления света — устанавливает характер изменения направления хода светового луча в результате проникновения излучения через границу раздела 2-х сред ([см. §6](#) рис.3 лучи а и d):

1 закон преломления: Луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью (перпендикуляром) к отражающей поверхности в точке падения луча.

2 закон преломления: Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред, равная отношению показателей преломления второй среды к первой.

Математическая запись второго закона преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2},$$

где α – угол падения;

γ - угол преломления;

$n_{21} = n_2 / n_1$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой;

$n_2 = c / v_2$ – абсолютный показатель преломления второй среды, или оптическая плотность второй среды (коэффициент, показывающий во сколько раз скорость распространения света в вакууме больше скорости распространения света в данной среде);

$n_1 = c / v_1$ – абсолютный показатель преломления первой среды, или оптическая плотность первой среды;

c – скорость распространения света в вакууме;

v_1 – скорость распространения света в первой среде;

v_2 – скорость распространения света во второй среде.

Скорость света — абсолютная величина скорости распространения электромагнитных волн в вакууме. В физике традиционно обозначается латинской буквой «с». Скорость света в вакууме — фундаментальная постоянная, не зависящая от выбора инерциальной системы отсчёта (ИСО). Она относится к фундаментальным физическим постоянным, которые характеризуют не просто отдельные тела, а свойства пространства-времени в целом. По современным представлениям, скорость света в вакууме — предельная скорость движения частиц и распространения взаимодействий. Также важен тот факт, что эта величина абсолютна. Это один из постулатов специальной теории относительности (СТО).

В 1977 году удалось вычислить приблизительную скорость света, равную $c = 299\,792\,458 \pm 1,2 \text{ м/с}$ рассчитанную исходя из эталонного метра 1960 года. На данный момент считают, что скорость света в вакууме — фундаментальная физическая постоянная, по определению, точно равная 299 792 458 м/с, или же 1 079 252 848,8 км/ч. Точное значение связано с тем, что с 1983 года за эталон метра принято расстояние, которое проходит свет в вакууме за промежуток времени, равный $1 / 299\,792\,458$ секунды.

22. Явление полного внутреннего отражения.

Внутреннее отражение — явление отражения электромагнитных волн от границы раздела двух прозрачных сред при условии, что волна падает из среды с бóльшим показателем преломления.

На рис. 22 направленный источник света находится на дне аквариума. С его помощью сформированы 4 пучка лучей, падающие на границу вода-воздух под разными углами. Хорошо видно, что в случаях 2 - 4 лучей большая часть энергии пучков проникает в воздушную среду, а в случае 1 луча

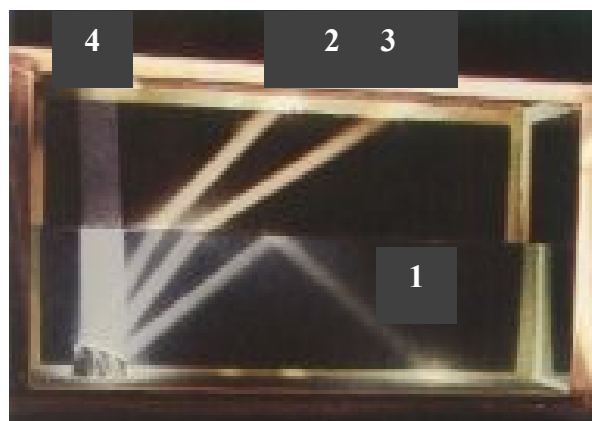


Рис. 22 Наблюдение явления внутреннего отражения

большая часть энергии отражается обратно в воду.

Неполное внутреннее отражение — внутреннее отражение, при условии, что угол падения меньше критического угла. В этом случае луч раздваивается на преломлённый и отражённый (Рис.22. Лучи 2,3).

Полное внутреннее отражение — внутреннее отражение, при условии, что угол падения превосходит некоторый критический угол. При этом падающая волна отражается полностью (Рис.22, 23. Луч 1), и значение коэффициента отражения превосходит его самые большие значения для полированных поверхностей. К тому же, коэффициент отражения при полном внутреннем отражении не зависит от длины волны.

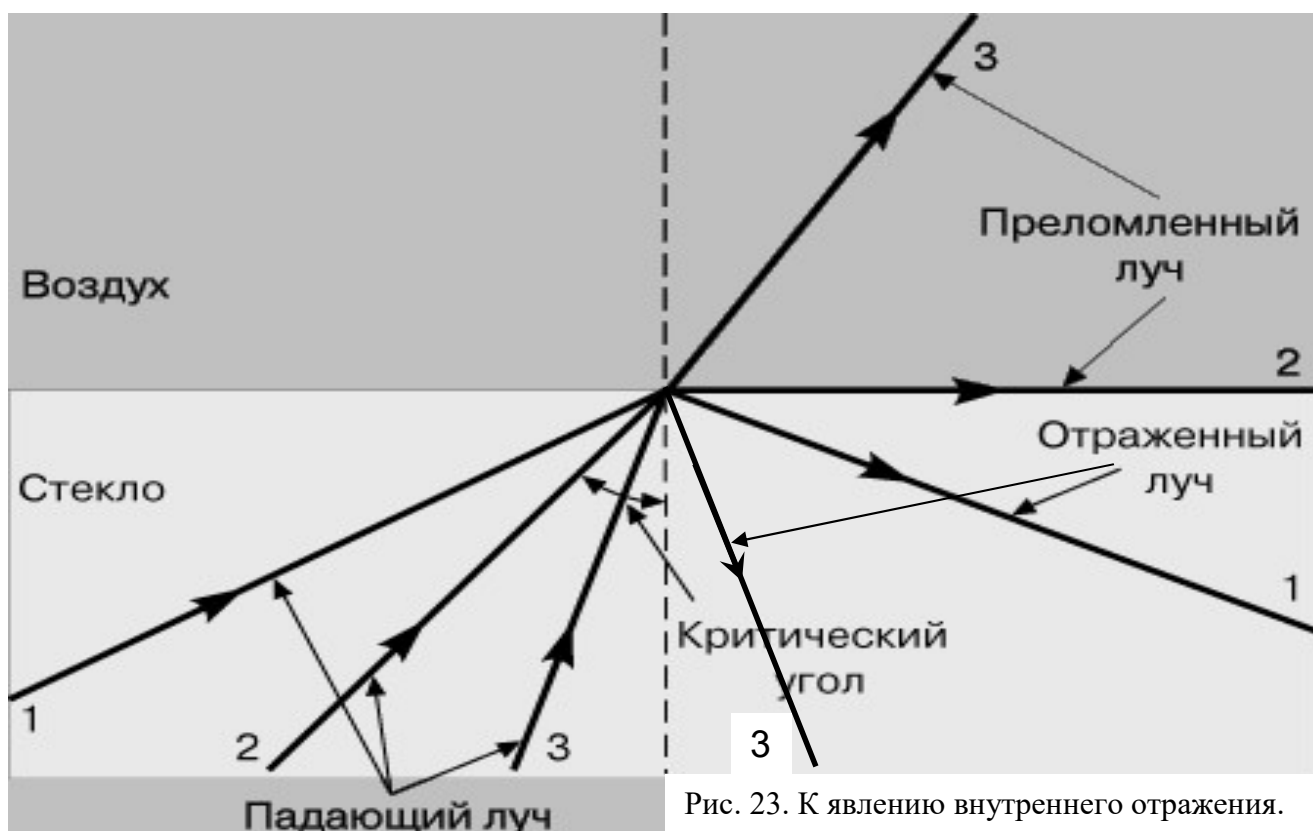


Рис. 23. К явлению внутреннего отражения.

Этот оптический феномен наблюдается для широкого спектра электромагнитного излучения включая и рентгеновский диапазон.

В рамках геометрической оптики объяснение явления тривиально: опираясь на закон Снеллиуса (Снелла) и учитывая, что угол преломления не может превышать 90° , получаем, что при угле падения, синус которого больше отношения меньшего коэффициента преломления к большему коэффициенту, электромагнитная волна должна полностью отражаться в первую среду.

23. Критический угол в явлении полного внутреннего отражения.

Когда луч света переходит из оптически более плотной среды, такой, как стекло, в менее плотную, такую, как воздух, угол преломления оказывается больше угла падения, при этом часть энергии отражается обратно (рис. 23 луч 3). При некотором значении угла падения, которое называется критическим, преломленный луч будет скользить вдоль границы раздела, все еще оставаясь во второй среде (рис. 23 луч 2, отраженный луч не изображен). Когда угол падения превысит критический, преломленного луча уже не будет, а свет полностью отразится назад в первую среду (рис. 23 луч 1). Такое явление называется полным внутренним отражением. Поскольку при угле падения, равном критическому $\alpha_{\text{крит}}$, угол преломления γ_{max} равен 90° ($\sin 90^\circ = 1$), критический угол $\alpha_{\text{крит}}$, при котором начинается полное внутреннее отражение, находится из соотношения:

$$\sin \alpha_{\text{крит}} / \sin \gamma_{\text{max}} = n_{\text{воздух/стекло}}, \text{ ИЛИ}$$

$$\sin \alpha_{\text{крит}} = n_{\text{воздух/стекло}}$$

где

$n_{\text{воздух/стекло}} = 1/n_{\text{стекло}}$ — относительный показатель преломления;

$\alpha_{\text{крит}}$ — критический угол падения;

γ_{max} — максимальный угол преломления, 90° .

Примеры решения задач

Задача 6. Определить углы преломления лучей 1, 2, 3 при переходе их из среды с показателем преломления $n_1 = 1,5183$ в воздух ($n_2 = 1$), если для этих лучей $\varepsilon_1 = 0^\circ$, $\varepsilon_2 = 20^\circ$, $\varepsilon_3 = 35^\circ$. Определить также ε_4 , если $\varepsilon'_4 = 90^\circ$.

Решение.

Согласно 2-му закону преломления, при $n_2 = 1$

$$\sin \varepsilon' = n_1 \sin \varepsilon$$

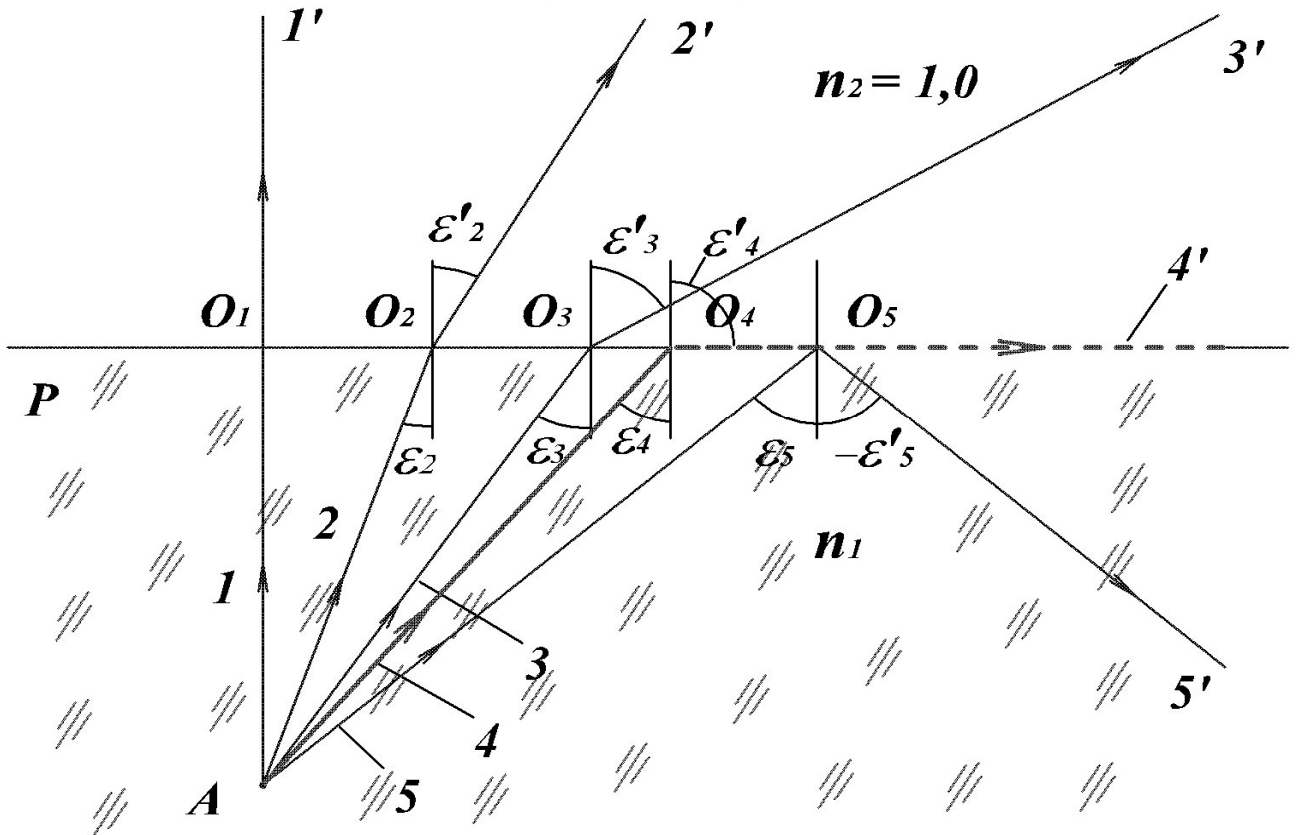
Отсюда, для лучей AO_1 , AO_2 и AO_3 получим:

$$\varepsilon'_1 = 0^\circ, \varepsilon'_2 = 31^\circ 17', \varepsilon'_3 = 60^\circ 34'.$$

Если угол преломления $\varepsilon'_4 = 90^\circ$, т.е. преломленный луч скользит вдоль поверхности раздела двух сред, то угол падения будет (луч 4)

$$\sin \varepsilon_4 = \sin \varepsilon'_4 / n_1 = 0,65863;$$

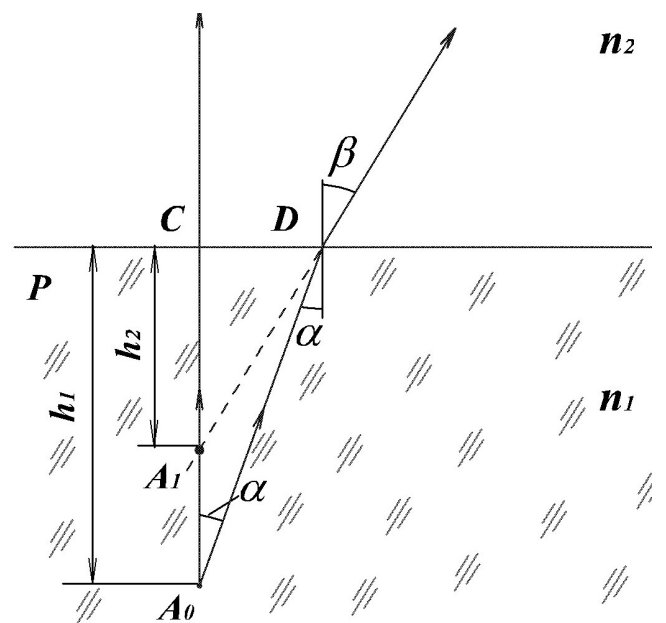
$$\varepsilon_4 = 41^\circ 12'.$$



При увеличении угла падения преломления не происходит, и лучи света отражаются в ту же самую среду (см. луч 5). Угол ε_4 является предельным углом полного внутреннего отражения.

Задача 7. Светящуюся точку, находящуюся в среде с показателем преломления n_1 , рассматривают невооруженным глазом из среды с показателем преломления n_2 .

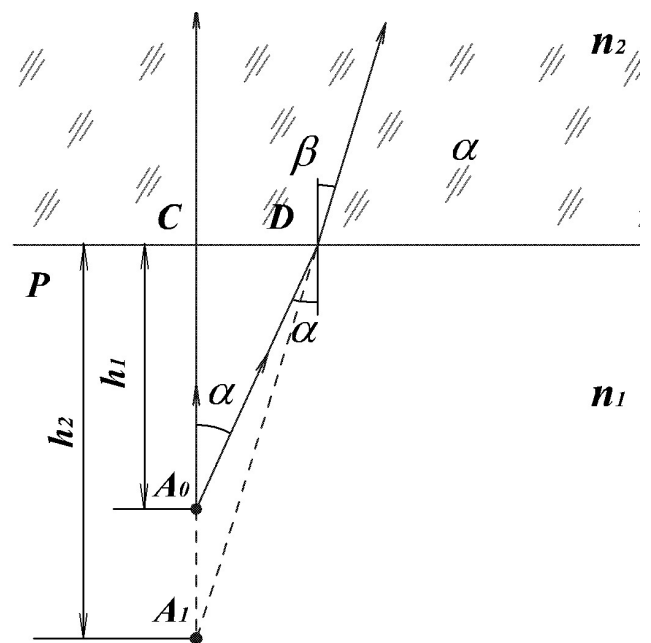
Каково будет кажущееся расстояние точки от границы раздела сред, если точка находится от этой границы на расстоянии h_1 , а глаз расположен так, что в него



попадают лучи, падающие на границу раздела под небольшими углами? Наблюдатель находится в оптически менее плотной среде ($n_1 > n_2$).

Решение. Выберем из пучка лучей, попадающих в глаз наблюдателя, два луча A_0C и A_0D . Первый луч падает перпендикулярно границе раздела сред и идет во вторую среду не преломляясь. Вторым луч, переходя во вторую оптически менее плотную среду, отклоняется от своего начального направления. Лучи, вышедшие из точки A_0 , кажутся наблюдателю выходящими из точки A_1 , являющейся мнимым изображением точки A_0 .

Задача 8. Светящуюся точку, находящуюся в среде с показателем преломления n_1 , рассматривают невооруженным глазом из среды с показателем преломления n_2 . Каково будет кажущееся расстояние точки от границы раздела сред, если точка находится от этой границы на расстоянии h_1 , а глаз расположен так, что в него попадают лучи, падающие на границу раздела под небольшими углами? Наблюдатель находится в оптически более плотной среде ($n_1 < n_2$).

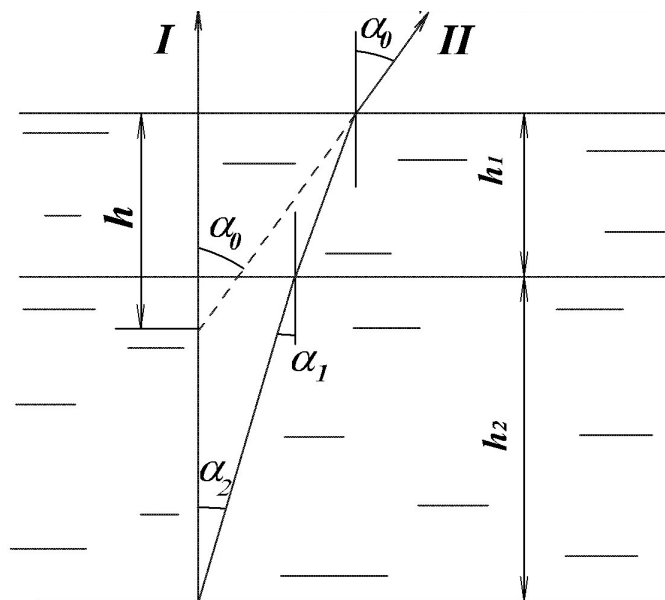


Решение. Выберем из пучка лучей, попадающих в глаз наблюдателя, два луча A_0C и A_0D . Первый луч падает перпендикулярно границе раздела сред и идет во вторую среду не преломляясь. Вторым луч, переходя во вторую оптически менее плотную среду, отклоняется от своего начального направления. Лучи, вышедшие из точки A_0 , кажутся наблюдателю выходящими из точки A_1 , являющейся мнимым изображением точки A_0 .

Задача 9. В сосуд налиты две несмешивающиеся жидкости с показателями преломления $n_1 = 1,3$ и $n_2 = 1,5$. Сверху находится жидкость с показателем преломления n_1 . Толщина ее слоя $h_1 = 5$ см. На каком расстоянии от поверхности жидкости будет казаться расположенным дно сосуда, если смотреть на него сверху через обе жидкости?

Решение. Из построения видно, что $h_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + h_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = h \operatorname{tg} \alpha_0$. Выбирая луч II так, чтобы углы α_1 и α_2 были малы ($\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$), и используя законы преломления, находим ответ:

$$h = h_1/n_1 + h_2/n_2 = 5,63 \text{ см.}$$



24. Плоскопараллельная пластинка. Ход и смещение луча.

Пусть луч (1) (рис. 24) падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной d . В стекле он преломится и пойдет в направлении АВ. В точке В он снова преломится и выйдет из пластинки в направлении (2).

Нетрудно доказать, что луч (2), выходящий из пластинки, параллелен падающему на пластинку лучу (1). Луч (2) смещен в сторону относительно направления падающего луча (1).

Примеры решения задач

Задача. Найти смещение луча при прохождении его через плоскопараллельную пластинку из стекла с показателем преломления n , если угол падения α а толщина пластинки d .

Решение:

1. Выполняем чертеж (рис. 24). Луч падающий (1), преломленный на первой границе, преломленный на второй границе (2). Далее пунктиром чертим прохождение луча (3), если бы не было

пластинки. Из точки выхода луча (2) опускаем перпендикуляр на луч (3) длиной $L = BC$. Это и есть искомое смещение луча.

2. Получился прямоугольный треугольник, вершины которого:
 А — в точке, где луч (1) входит в пластину;
 В — точка, где луч преломляется второй раз на выходе из пластинки;

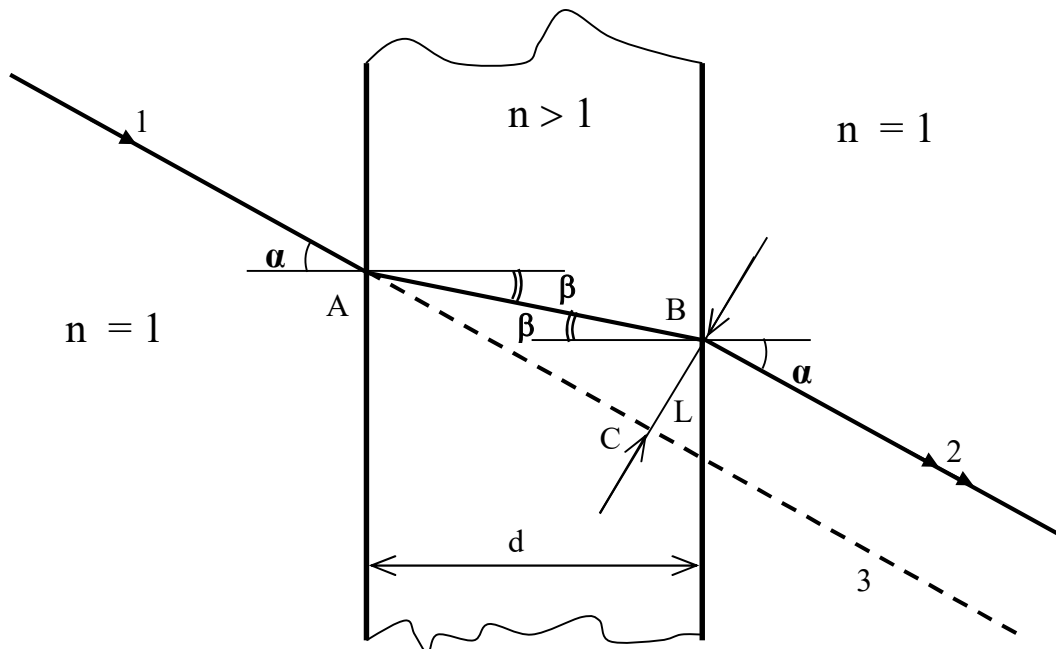


Рис. 24. Ход луча в плоскопараллельной пластинке с показателем преломления n . Смещение луча от первоначального направления распространения.

С — точка пересечения продолжения луча, если бы он не преломился и перпендикуляра, опущенного из т. В на луч (3).

3. Из закона преломления: $\sin \beta = (\sin \alpha)/n$, откуда находим β , и, следовательно, $\cos \beta$.

4. Значит: $\cos \beta = d/AB$. Откуда $AB = d/(\cos \beta)$.

Угол $BAC = \alpha - \beta$.

Угол ACB прямой, тогда $\sin (\alpha - \beta) = CB/AB$;

$CB = AB \sin (\alpha - \beta)$; где $\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$, тогда искомое смещение луча:

$$L = d \sin (\alpha - \beta) / \cos \beta = d (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) / \cos \beta; \text{ или}$$

$$L = d (\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \beta)$$

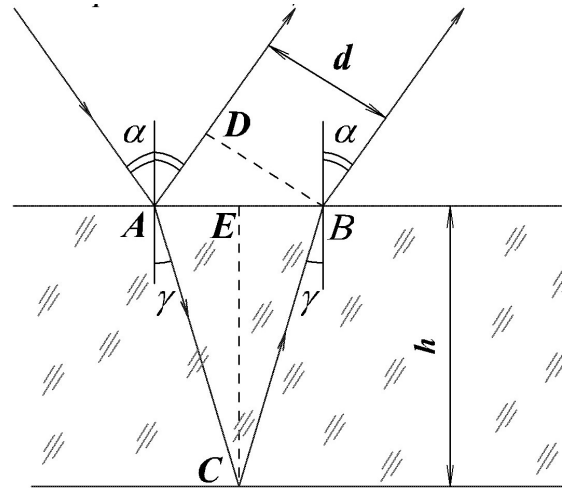
Смещение L зависит от толщины пластинки d и углов падения α и преломления β . Смещение, очевидно, тем меньше, чем тоньше пластинка.

Необходимо сказать, что смещение луча по мере увеличения угла падения α будет наблюдаться до момента, когда угол β (см. точку В) не

станет равным или более критического угла $\beta \geq \beta_{\text{крит}}$ ($\sin \beta_{\text{крит}} = n$), когда наступит полное внутреннее отражение.

Задача 10. На плоскопараллельную пластинку с показателем преломления n падает луч света под углом α , часть света отражается, а часть, преломившись, проходит в пластинку, отражается от ее нижней поверхности и, преломившись вторично, выходит из нее. Расстояние между лучами d . Определить толщину пластинки h .

Решение. Очевидно, что после отражения от нижней поверхности пластинки второй луч падает на ее верхнюю поверхность под углом γ и после преломления выйдет из пластинки под углом α , т.е. параллельно первому лучу.



Из треугольника АЕС имеем:

$$h = EC = AE/\operatorname{tg} \gamma.$$

Из треугольника АDB сторона

$$AB = d/\sin(\pi/2 - \alpha) = d/\cos \alpha.$$

Возвратившись к выражению для h , получим:

$$h = d/2(\operatorname{tg} \gamma \cos \alpha)$$

Согласно закону преломления,

$$\sin \gamma = (\sin \alpha)/n.$$

В свою очередь,

$$\operatorname{tg} \gamma = \sin \gamma / (1 - \sin^2 \gamma)^{0,5} = \sin \alpha / (n^2 - \sin^2 \alpha)^{0,5}$$

Подставив значение $\operatorname{tg} \gamma$ в выражение для h , окончательно получим:

$$h = d \frac{\sqrt{(n^2 - \sin^2 \alpha)}}{\sin^2 \alpha}.$$

25. Призма. Ход лучей в призме.

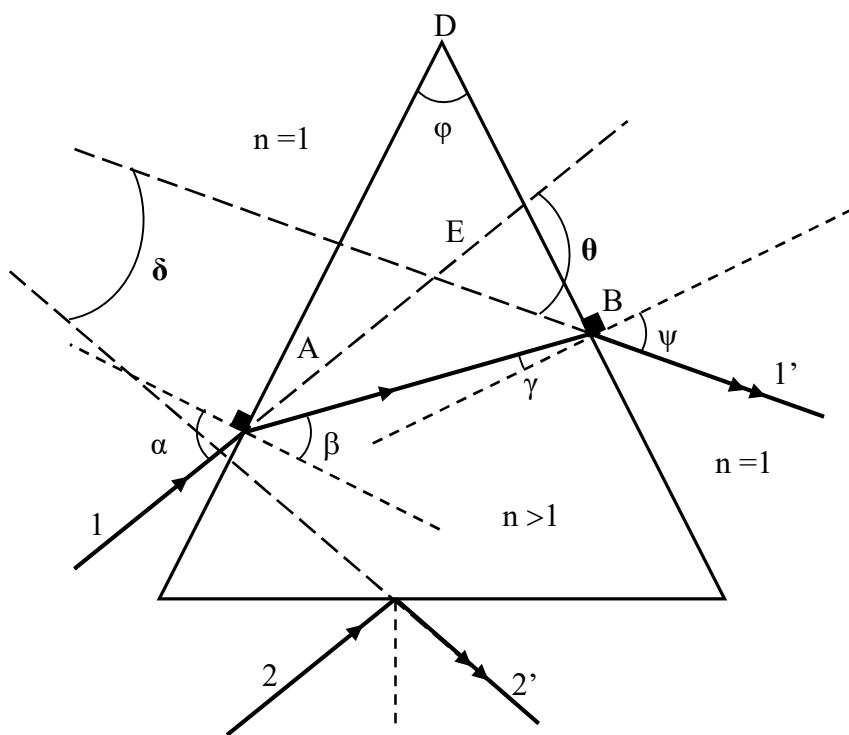


Рис. 25 а
Несимметричный ход лучей в призме

φ – преломляющий угол призмы;
 θ – угол отклонения луча от первоначального направления;
 α, γ – углы падения луча на первую и вторую грани призмы;
 β, ψ – углы преломления луча на первой и второй гранях призмы;
 n – показатель преломления вещества призмы.

При рассмотрении хода луча в призме классифицируют 2 случая (рассматривая падающие лучи 1 и 2 параллельными друг другу):

симметричный (Рис. 25 б) и несимметричный (Рис. 25 а). При симметричном ходе лучей угол отклонения θ – минимален. При этом преломленный в призме луч $1'$ параллелен лучу $2'$, отраженному от основания.

Если преломляющий угол призмы φ мал, то независимо от хода лучей можно считать:

$$\theta = (n - 1)\varphi$$

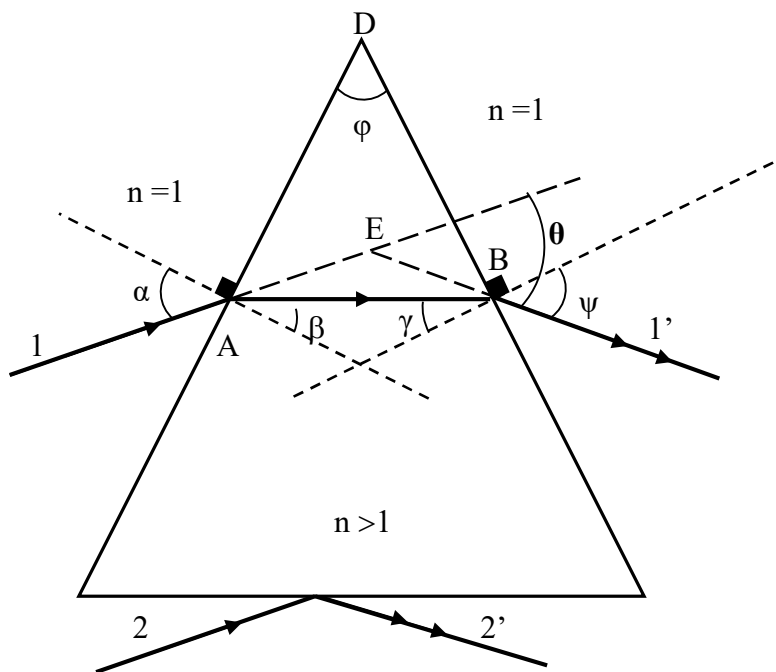


Рис. 25 б
Симметричный ход лучей в призме.

Примеры решения задач

Задача 1. Луч света падает на трёхгранную призму под углом α . Призма сделана из стекла с показателем преломления n . Преломляющий угол при вершине призмы φ (Рис. 26).

Под каким углом ψ луч выйдет из призмы и каков угол θ отклонения луча от первоначального направления?

Решение.

По закону преломления,
 $\sin \psi = n \sin \gamma$.

По теоремам о сумме углов треугольника ABC и четырёхугольника $ADBC$, соответственно имеем:

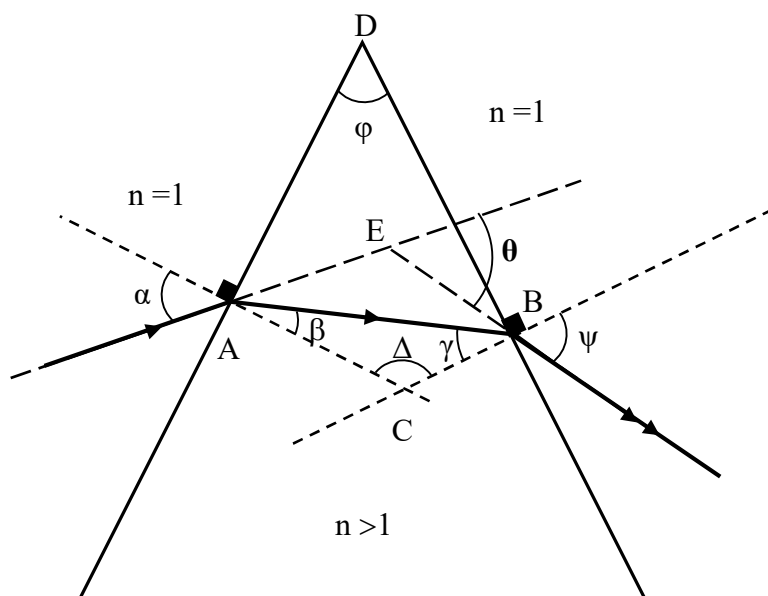


Рис. 26
Ход лучей в призме

$$\beta + \gamma + \Delta = 180^\circ;$$

$$90^\circ + \varphi + 90^\circ + \Delta = 360^\circ,$$

$$\text{откуда } \gamma = \varphi - \beta.$$

Значит, $\sin \psi = n \sin (\varphi - \beta) = n (\sin \varphi \cos \beta - \sin \beta \cos \varphi)$.

По закону преломления, $\sin \beta = (\sin \alpha) / n$.

По основному тригонометрическому тождеству,

$$\sin \psi = (\sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sin \alpha \cos \varphi).$$

☺ Чтобы не было претензий на экзамене, разумно записать:

$$\psi = \arcsin \left(\sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sin \alpha \cos \varphi \right)$$

Так как внешний угол треугольника равен сумме двух его внутренних углов, с ним не смежных, то $\theta = (\alpha - \beta) + (\psi - \gamma) = (\alpha + \psi) - (\beta + \gamma)$.

Но ранее найдено $\beta + \gamma = \varphi$, тогда $\theta = \alpha - \varphi + \psi$,

где ψ – уже определённый нами угол.

Задача 2. Сечение стеклянной призмы имеет форму равностороннего треугольника. Луч падает на одну из граней перпендикулярно к ней. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

Вычислите угол между этим лучом и лучом, вышедшим из призмы.

Решение.

Так как луч падает на первую грань призмы по нормали к ней, то в точке D он не преломляется и прямолинейно доходит до точки E.

Запишем для этой точки закон преломления: $1,5 \sin 60^\circ = \sin \beta$, откуда

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{26}} > 1$$

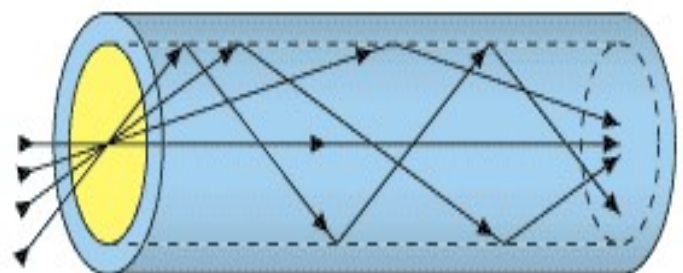
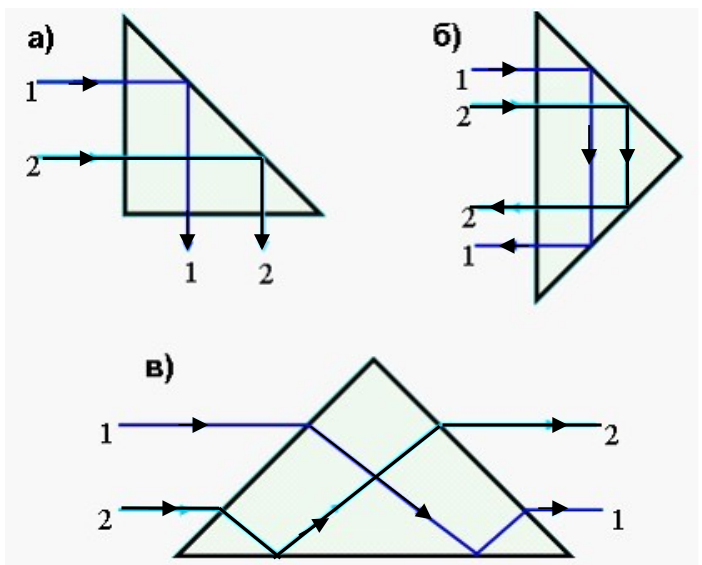
чего не может быть. Следовательно, в точке E будет полное внутреннее отражение, и через вторую грань луч из призмы не выйдет. Геометрически ясно, что, отразившись от второй грани, луч пойдёт по нормали к третьей. А значит, он выйдет из призмы без преломления. Таким образом, искомый угол $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$.

Явление полного отражения используется в **призмах полного отражения**.

На рисунке показаны призмы полного отражения, позволяющие:

- а) повернуть луч на 90° ;
- б) повернуть изображение;
- в) обернуть лучи.

Явление полного отражения используется также в световодах (светопроводах), представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала.



Ход лучей в оптоволокне (световоде).

Задачи для самостоятельной работы

58. Сечение стеклянной призмы имеет форму равнобедренного треугольника. Одна из равных граней посеребрена. Луч, совпадающий с перпендикуляром к поверхности стекла, падает на другую, непосеребренную грань и после двух отражений выходит через основание призмы перпендикулярно к нему. Найти углы призмы.
59. Луч света входит в стеклянную призму под углом $\alpha = \pi/6$ и выходит из призмы в воздух под углом $\beta = \pi/3$, причем, пройдя призму, отклоняется от своего первоначального направления на угол $\gamma = \pi/4$. Найти преломляющий угол φ призмы.
60. Определить показатель преломления n скипидара и скорость распространения света v в скипидаре, если известно, что при угле падения $\alpha = 45^\circ$ угол преломления $\beta = 30^\circ$.
61. Параллельный пучок монохроматического света падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой $\alpha = 30^\circ$. Показатель преломления материала призмы для такого света $n = 1,4$. Найти угол отклонения δ светового пучка от первоначального направления после выхода из призмы.
62. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 20^\circ$. Пользуясь зеркалом, пускают «зайчик» в воду озера. Под каким углом θ к горизонту нужно расположить зеркало, чтобы луч в воде шел под углом $\alpha = 41^\circ$ к вертикали? ($\sin \alpha = 0,655$.) Показатель преломления воды $n = 1,32$.
63. При падении на плоскую границу двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 луч частично отражается, частично преломляется. При каком угле падения α отраженный луч перпендикулярен к преломленному лучу?

64. Преломленный луч составляет с отраженным угол 90° . Найти показатель преломления, если синус угла падения α равен 0,8.
65. На поверхности водоема глубиной $H = 5,3$ м плавает фанерный круг радиуса $r = 1$ м, над центром которого на некоторой высоте расположен точечный источник света. Какова должна быть эта высота h , чтобы радиус R теневого круга на плоском дне водоема был наибольшим? Определить этот наибольший радиус. Показатель преломления воды $n = 4/3$.
66. На поверхности озера находится круглый плот, радиус которого $R = 8$ м. Глубина озера $h = 2$ м. Определить радиус r полной тени от плота на дне озера при освещении воды рассеянным светом. Показатель преломления воды $n = 4/3$.
67. Узкий параллельный пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом α , синус которого равен 0,8. Вышедший из пластинки пучок оказался смещенным относительно продолжения падающего пучка на расстояние $d = 2$ см. Какова толщина h пластинки, если показатель преломления стекла $n = 1,7$?
68. На какое расстояние x сместится световой луч, распространяющийся в стекле с показателем преломления n , если на его пути встретится щель, заполненная воздухом? Грани щели плоские и параллельные. Расстояние между гранями равно d , угол падения луча на грань равен α . Полного отражения не происходит.
69. Луч света выходит из призмы под тем же углом, под каким входит в призму, причем отклоняется от первоначального направления на угол $\varphi = 15^\circ$. Преломляющий угол призмы $\gamma = 45^\circ$. Найти показатель преломления n вещества призмы.

70. У призмы с показателем преломления $n = 1,41$ и с преломляющим углом $\varphi = 30^\circ$ одна грань посеребрена. Луч падает на другую грань под углом $\alpha = 45^\circ$, затем опять через эту же грань выходит из призмы. Найти угол θ между падающим и выходящим лучами.

71. Определить угол φ отклонения луча стеклянной призмой, преломляющий угол которой равен $\theta = 5^\circ$, если луч падает на грань призмы под малым углом. Показатель преломления стекла $n = 1,8$.

72. Луч света падает под углом $\alpha = 58^\circ$ ($\operatorname{tg} \alpha = 1,600$) на поверхность воды, налитой слоем толщиной $h = 10$ мм в стеклянное блюдце с плоскопараллельным дном. Показатель преломления воды $n_1 = 1,33$. Определить показатель преломления n_2 стекла блюдца, если вышедший под блюдцем луч смещен относительно падающего на $x = 6,2$ мм, а в стекле луч проходит путь $l = 5$ мм.

73. На горизонтальном дне водоема глубиной $h = 1,2$ м лежит плоское зеркало. На каком расстоянии l от места вхождения луча в воду этот луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Угол падения луча $\alpha = 30^\circ$, показатель преломления воды $n = 4/3$.

74. На горизонтальном дне бассейна лежит плоское зеркало. Луч света, преломившись на поверхности воды, отражается от зеркала и выходит в воздух. Расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода отраженного луча из воды $d = 1,5$ м. Глубина бассейна $h = 2$ м, показатель преломления воды $n = 4/3$. Определить угол падения луча α .

75. Плоскопараллельная пластинка толщиной $d = 5$ см посеребрена с нижней стороны. Луч падает на верхнюю поверхность пластинки под углом $\alpha = 30^\circ$, частично отражается, а часть света проходит в пластинку, отражается от нижней поверхности пластинки и,

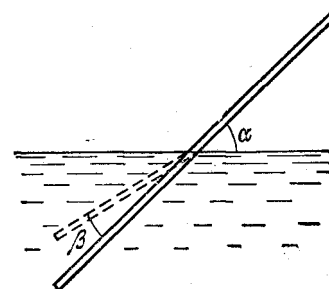
преломляясь вторично, выходит в воздух параллельно первому отраженному лучу. Определить показатель преломления n материала пластинки, если расстояние между двумя параллельными лучами $l = 2,5$ см.

76. На стеклянную плоскопараллельную пластину падает луч под углом α . Луч частично отражается от верхней поверхности, частично проходит внутрь пластины, снова отражается от нижней поверхности и затем выходит через верхнюю. Найти угол φ выхода луча и длину l пути, пройденного преломленным лучом в пластине. Толщина пластины d , показатель преломления стекла n .

77. Какова толщина H плоскопараллельной стеклянной пластинки, если точку, нанесенную чернилами на задней стороне пластинки, наблюдатель видит на расстоянии $h = 5$ см от передней поверхности? Луч зрения перпендикулярен к поверхности пластинки. Показатель преломления стекла $n = 1,6$. Для малых углов $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

78. Точечный источник расположен на расстоянии $h = 1,5$ см от передней поверхности плоскопараллельной пластинки толщиной $d = 1,2$ см, посеребренной с задней стороны. На каком расстоянии x от источника находится его изображение, получающееся в результате отражения лучей от задней поверхности пластинки? Показатель преломления вещества пластинки $n = 1,6$. Наблюдение производится по направлению, перпендикулярному к пластинке.

79. Стержень опущен концом в прозрачную жидкость, показатель преломления которой относительно воздуха равен n , и образует с поверхностью жидкости угол α . Наблюдателю,



который смотрит сверху, конец стержня, погруженный в жидкость, кажется смещенным на угол β (рис.). При каком значении угла наклона стержня α угол смещения β будет наибольшим?

80. Сечение стеклянной призмы имеет форму равностороннего треугольника. Луч падает на одну из граней перпендикулярно к ней. Найти угол φ между направлениями луча падающего и луча, вышедшего из призмы. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

81. В цистерне с сероуглеродом на глубине $h = 26$ см под поверхностью расположен точечный источник света. Вычислить площадь круга на поверхности жидкости, в пределах которого возможен выход лучей в воздух. Показатель преломления сероуглерода $n = 1,64$.

82. Водолаз стоит на горизонтальном дне водоема глубиной $H = 15$ м. На каком расстоянии x от водолаза находятся те части дна, которые он может увидеть отраженными от поверхности воды? Показатель преломления воды $n = 1,33$. Считать, что глаза водолаза находятся на расстоянии $h = 1,7$ м от дна.

83. На дне водоема глубиной $h = 3$ м находится точечный источник света. Какого минимального радиуса R должен быть круглый непрозрачный диск, плавающий на поверхности воды над источником, чтобы с вертолета нельзя было обнаружить этот источник света? Показатель преломления воды $n = 1,3$.

84. В жидкости с показателем преломления $n = 1,8$ помещен точечный источник света. На каком наибольшем расстоянии h над источником надо поместить диск диаметром $d = 2$ см, чтобы свет не вышел из жидкости в воздух?

85. В толще стекла с показателем преломления $n = 3/2$ на расстоянии $h = 10$ см от плоской поверхности стекла находится точечный источник света. Непрозрачный диск расположен на этой поверхности так, что его центр находится в ближайшей к источнику точке. Диск и стекло покрыты снаружи плоским слоем гладкого льда без воздушной прослойки. Какой наименьший радиус r должен иметь диск, чтобы свет не вышел через поверхность льда?

86. Пучок света скользит вдоль боковой грани равнобедренной призмы. При каком предельном преломляющем угле φ призмы преломленные лучи претерпят полное отражение на второй боковой грани призмы? Показатель преломления материала призмы $n = 1,6$.

87. Призма сделана из стекла (флинт) с показателем преломления $n = 1,75$. Преломляющий угол призмы $\varphi = 60^\circ$. При каком угле падения α на одну из граней выход луча из второй грани становится невозможным?

88. Луч света падает перпендикулярно на короткую грань трехгранной поворотной призмы с углами 90° и 45° , изготовленной из тяжелого флинтгласа с показателем преломления $n = 1,74$. На какой наибольший угол α может отклониться луч в направлении к 90° -му ребру в плоскости, перпендикулярной к этому ребру, чтобы свет не выходил частично через длинную грань призмы?

26. Линзы. Классификации линз.

Тело из стекла или другого оптического материала, ограниченное двумя сферическими поверхностями, радиусы кривизны которых велики по сравнению с другими размерами, называется сферической **тонкой линзой**.

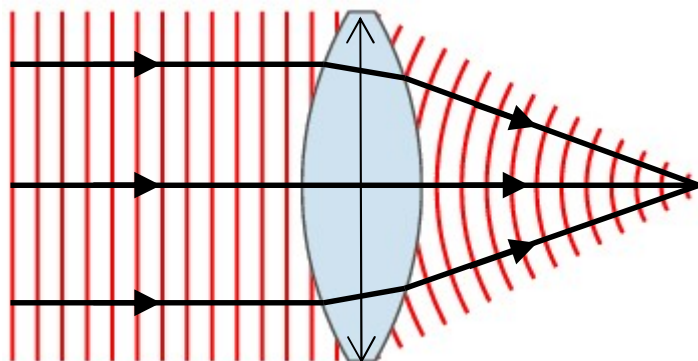


Рис. 27. Преломление лучей и волнового фронта в собирающей линзе.

Толщей оптического вещества у тонкой линзы пренебрегают (параксиальное приближение). Считается, что преломление при прохождении света сквозь тонкую линзу происходит **единожды** в преломляющей плоскости линзы, которая

обозначается двухсторонней стрелкой (Рис. 27). На рисунке изображено реальное (двойное) преломление луча на первой и второй границе сред.

Основное свойство линзы: лучи, испущенные точечным источником света под малыми углами к главной оптической оси, после преломления в линзе собираются в одну точку (или собираются продолжения лучей), т.е. изображением точечного источника является точка.

Прямая, проходящая через геометрические центры сфер, образующих поверхность линзы называется **главной оптической осью** линзы.

Точка пересечения главной оптической оси тонкой линзы и преломляющей плоскости тонкой линзы называется **оптическим центром линзы**.

Классификации сферических линз.

1. По виду образующих (преломляющих) поверхностей (Рис. 28):

- двояковыпуклая;
- плосковыпуклая;
- выпуклый мениск (выпукло-вогнутая);
- двояковогнутая;

- плосковыпуклая;
- вогнутый мениск (вогнуто-выпуклая).

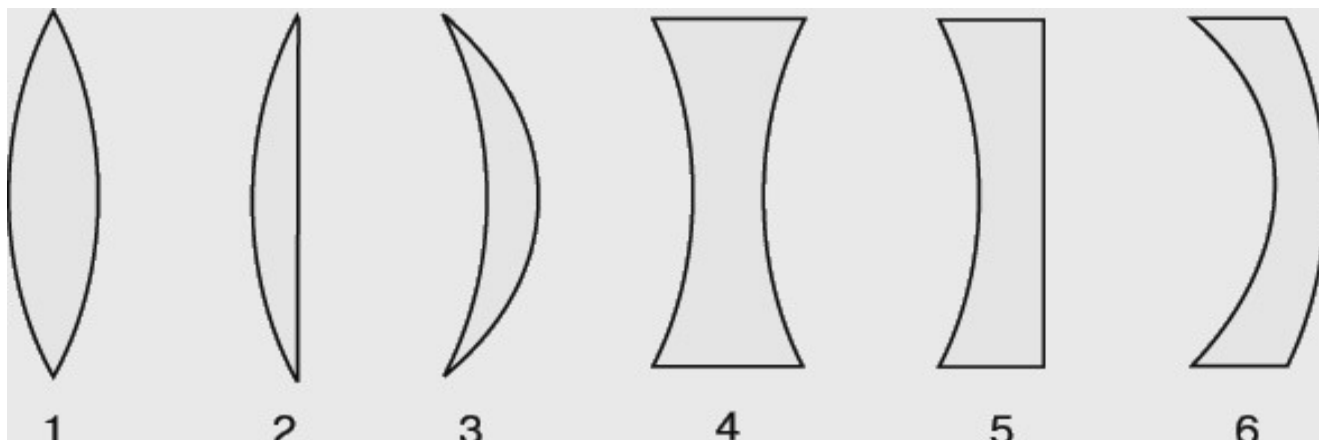


Рис. 28. Классификация линз по виду образующих поверхностей: 1 – двояковыпуклая; 2 – плосковыпуклая; 3 – выпуклый мениск; 4 – двояковогнутая; 5 – плосковогнутая; 6 – вогнутый мениск.

2. По характеру поведения преломленных лучей (Рис. 29):

- Собирающие:

Параллельный пучок лучей после прохождения через линзу становится сходящимся. Если падающий пучок параллелен главной оптической оси, лучи после прохождения линзы собираются в ее фокусе.

- Рассеивающие:

Параллельный пучок лучей после прохождения через линзу становится расходящимся. Если падающий пучок параллелен главной оптической оси, то после прохождения линзы лучи идут так, что их продолжения проходят через фокус, расположенный с той стороны линзы, откуда падает параллельный пучок.

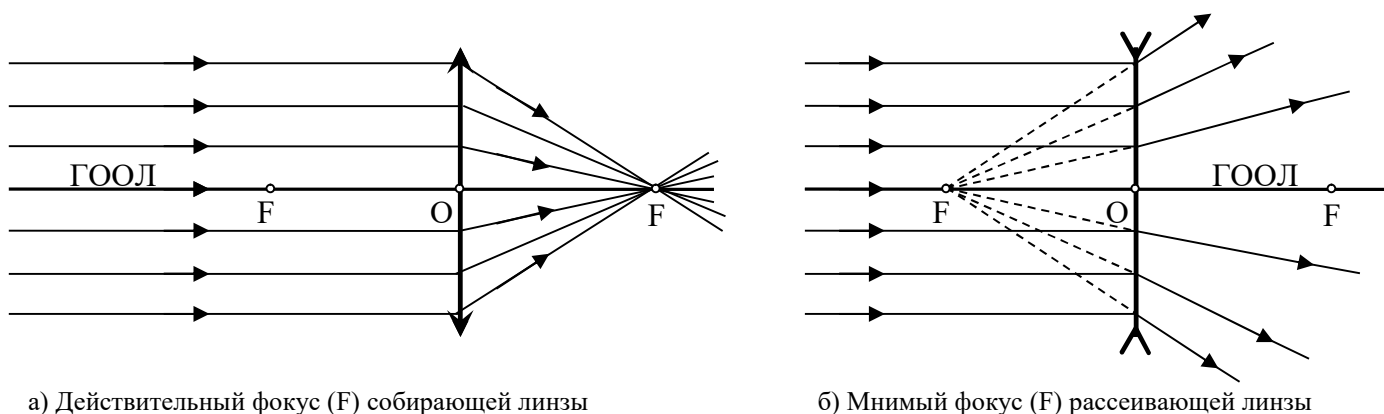


Рис. 29. Изображение собирающей и рассеивающей тонкой линзы. Преломление лучей, падающих параллельно ГООЛ.

Из шести линз, показанных на рис. 28, первые три – собирающие, а остальные три – рассеивающие. Это справедливо в традиционном случае, когда оптическая плотность вещества линз больше оптической плотности окружающей среды. В противном случае классификация обратная.

Если на собирающую тонкую линзу падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси (Рис.29.а), то после преломления на первой и второй поверхности линзы лучи пересекутся в точке на главной оптической оси, которая называется **главным фокусом F линзы**. Расстояние от фокуса до центра линзы называют **главным фокусным расстоянием** и обозначают той же буквой F. У любой линзы два главных фокуса, расположенных симметрично с обеих сторон от оптического центра линзы.

У собирающей линзы главный фокус **действительный**, т.е. в данной точке действительно пересекаются преломленные в линзе лучи, а не их продолжения, как в случае рассеивающей линзы (рис. 29.б).

Следует иметь в виду, что преломленные лучи пересекаются приблизительно в одной точке только в том случае, если падающий параллельный пучок был достаточно узким (параксиальный пучок).

Главный фокус рассеивающей линзы является **мнимым**. Если на рассеивающую линзу падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после преломления в линзе лучи выйдут расходящимся конусом (так, как если бы они выходили из точечного источника в отсутствие линзы) и в главном фокусе (на рис. слева) пересекутся не сами лучи, а их продолжения (рис. 29.б).

Фокусным расстояниям линз приписывается определенный знак: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей - $F < 0$. Знаком, как и в случае сферических зеркал, характеризуется действительность («+») или мнимость («-») величины.

27. Побочный фокус. Фокальная поверхность.

Побочный фокус (действительный для собирающей линзы и, соответственно, мнимый для рассеивающей) – точка пересечения преломленных в плоскости линзы лучей (или их продолжений), падающих на нее параллельным параксиальным пучком под углом к главной оптической оси линзы (ГООЛ).

Побочная оптическая ось линзы (ПООЛ) – любая прямая, проходящая через оптический центр O линзы.

Фокальная поверхность – поверхность, на которой располагаются все фокусы оптической системы при различных наклонах проходящих через нее световых пучков. В идеальной (безабберационной) оптической системе фокальной поверхностью является фокальная плоскость.

У любой линзы, в отличие от сферических зеркал, есть две фокальные поверхности, расположенных симметрично по обе стороны от преломляющей плоскости линзы.

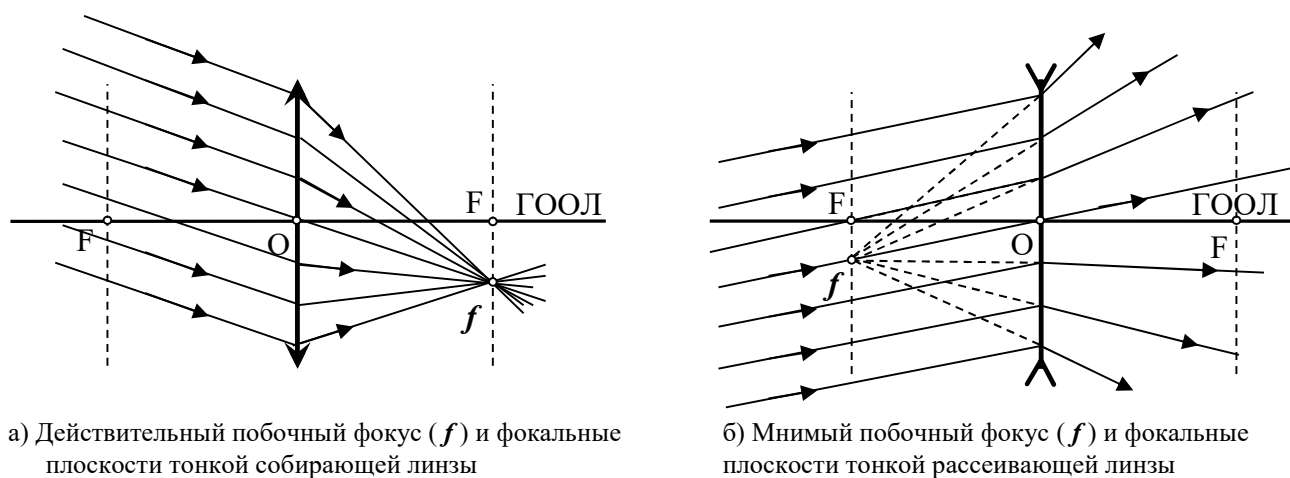


Рис. 30. Построение побочного фокуса и фокальных поверхностей собирающей и рассеивающей тонкой линзы.

В параксиальном приближении каждая **фокальная поверхность** линзы есть ГМТ всех побочных и главного фокуса представляющая собой плоскость, перпендикулярную главной оптической оси линзы, проходящую через главный фокус F (Рис.30).

28. Погрешности линз (абберации).

Когда свет точечного источника проходит через линзу, все лучи на самом деле не пересекаются в одной-единственной точке – фокусе. Часть лучей отклоняется в той или иной степени, в зависимости от типа линзы. Такие отклонения, называемые абберациями, обусловлены различными причинами.

Одной из наиболее существенных является **хроматическая абберация**. Она обусловлена дисперсией материала линзы.

Дисперсия света (разложение света) — это явление зависимости абсолютного показателя преломления вещества от длины волны (или частоты) света (частотная дисперсия) (см. §1 Спектр).

Фокусное расстояние линзы определяется ее показателем преломления, и его зависимость от волны падающего света приводит к тому, что для каждой цветовой составляющей белого света имеется свой фокус в разных точках на главной оси, как

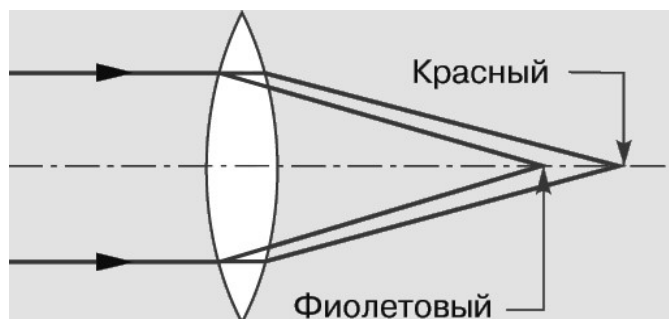


Рис. 31. Хроматическая абберация.

это показано на рис. 31. Есть два типа хроматической абберации: *продольная* – когда фокусы от красного до фиолетового распределены вдоль главной оси, как на рис. 31, и *поперечная* – когда в зависимости от длины волны изменяется увеличение и на изображении появляются окрашенные контуры.

Коррекция хроматической абберации достигается использованием двух и более линз из разных стекол с дисперсией разного типа. Самый простой пример – телеобъектив. Он состоит из двух линз: собирающей из крона и рассеивающей из флинта, дисперсия которого значительно больше. Таким образом, дисперсия собирающей линзы компенсируется дисперсией более слабой рассеивающей. В результате получается собирающая система, называемая *ахроматом*. В такой комбинации хроматическая абберация корректируется лишь для двух значений длин волн, и небольшая окраска, называемая вторичным спектром, все же остается.

Геометрические aberrации.

Приведенные выше формулы для тонких линз, строго говоря, являются первым, хотя и весьма удовлетворительным для практических нужд приближением, когда лучи в системе проходят вблизи оси (параксиальное приближение).

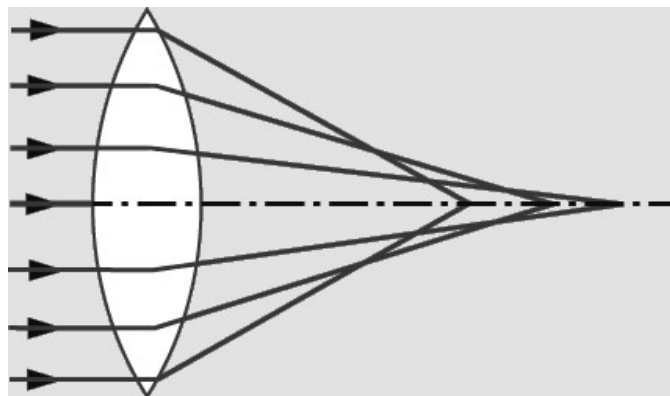


Рис. 32. Сферическая aberrация.

Более детальный анализ приводит к так называемой теории третьего порядка, в которой рассматриваются пять различных типов aberrаций для монохроматического света. Первая из них – сферическая, когда дальние от оси лучи пересекаются после прохождения линзы ближе к ней, чем ближние к оси (рис. 32). Коррекция этой aberrации достигается применением многолинзовых систем с линзами разного радиуса.

Второй тип aberrации – кома, которая возникает, когда лучи образуют с осью небольшой угол. Различием в фокусных расстояниях для лучей пучка, проходящих через разные зоны линзы обусловлено разное поперечное увеличение (рис. 33). Поэтому изображение точечного источника приобретает вид хвоста кометы вследствие смещенных в сторону от фокуса изображений, сформированных периферийными зонами линзы.

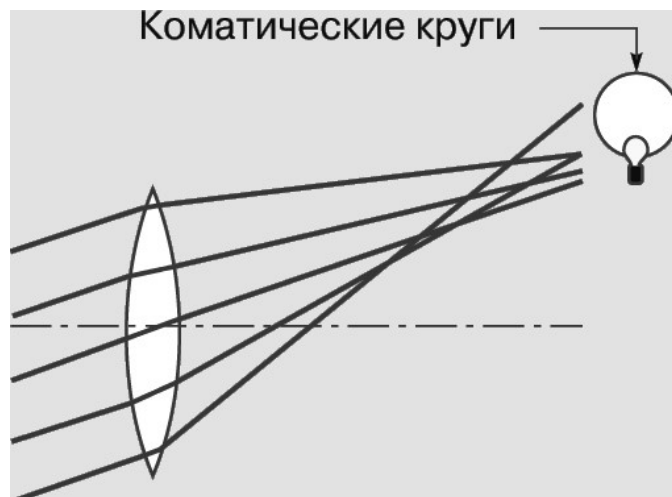


Рис. 33. Кома.

Третий тип aberrации, тоже относящийся к изображению точек, смещенных с оси, – **астигматизм**. Астигматизм заключается в растягивании точечного изображения в черточку (Рис. 34). Лучи света

от объекта, идущие в разных плоскостях, не могут сфокусироваться на одной плоскости изображения. Размер астigmaticского изображения растет пропорционально квадрату углового расстояния звезды от центра оптической системы. Оптические системы, в которых исправлен астигматизм, называются *анастигматическими*.

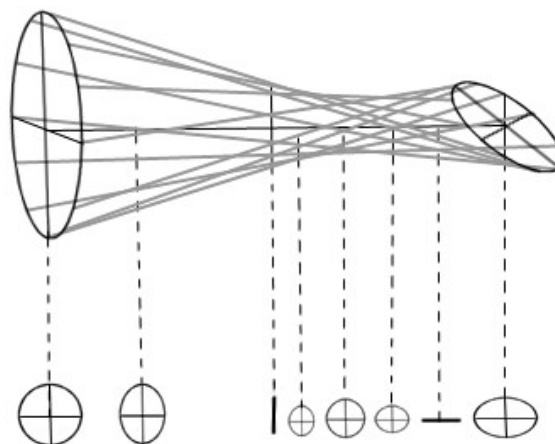


Рис. 34. Астигматизм.

Даже если рассмотренные три aberrации скорректировать, останутся **искривление плоскости изображения и дисторсия**. Искривление плоскости изображения очень нежелательно в фотографии, поскольку поверхность фотопленки должна быть плоской. При дисторсии искажается форма объекта. Два основных типа дисторсии – подушкообразная и бочкообразная – показаны на рис. 35, где объектом является квадрат. Небольшая дисторсия вполне терпима в большинстве линзовых систем, но крайне нежелательна в объективах для аэрофотосъемки.



Рис.35. Дисторсия.

29. Свойства основных лучей при построении изображений в линзах.

Методика построения изображений в тонких линзах не отличается от методики построения изображений в сферических зеркалах (в параксиальном приближении).

По аналогии с построением изображений точечных источников в сферическом зеркале сформулируйте алгоритм построения для линзы (стр. 33-35). Самостоятельно проведите построение 6-ти изображений точечных источников света, расположенных на ГООЛ.

Построение изображения протяженного предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей (Рис. 36):

- луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
- луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы (или его продолжение – через первый);
- луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления он выходит из линзы параллельно её главной оптической оси.

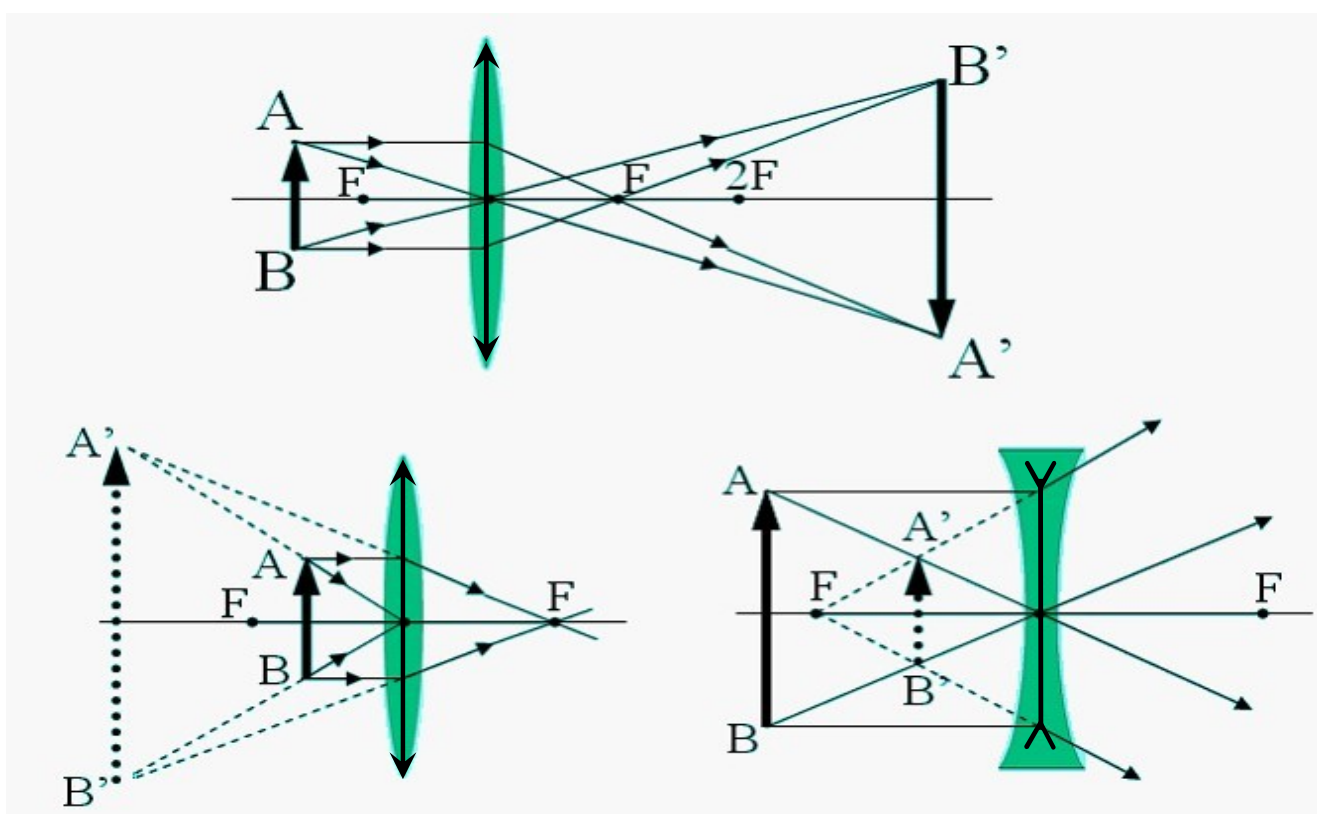
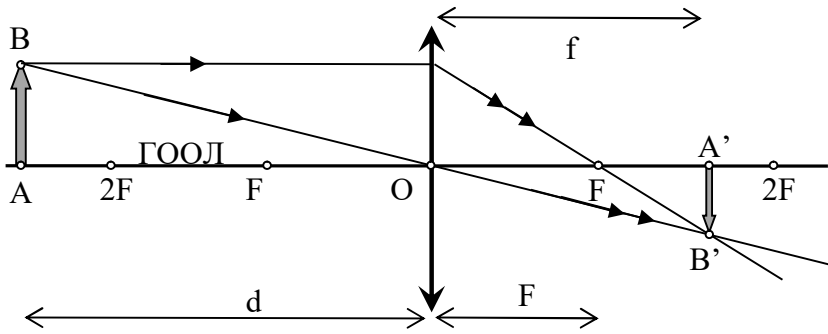


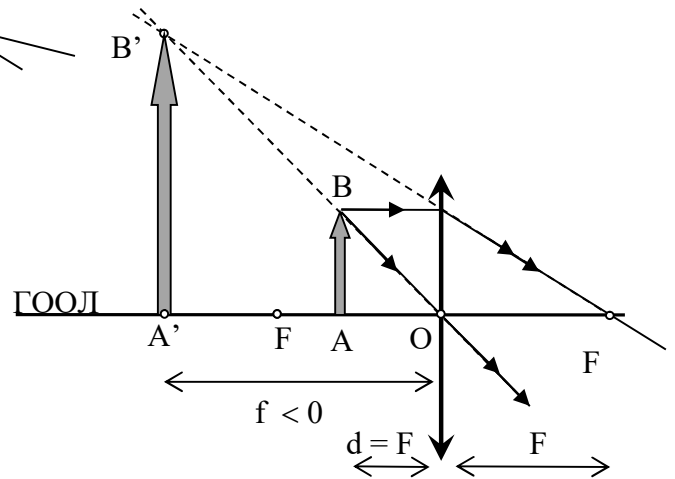
Рис. 36

Свойства основных лучей в тонких линзах.

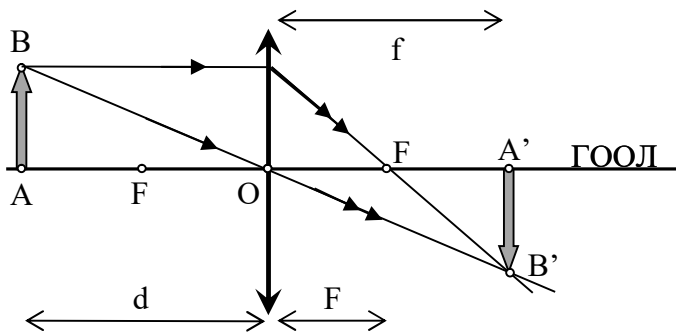
30. Свойства изображений протяженных объектов в линзах.



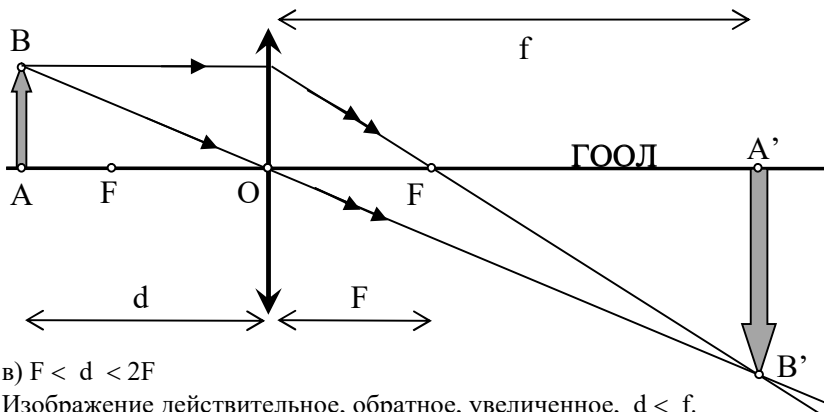
а) $d > 2F$
Изображение действительное, обратное, уменьшенное, $f < d$.



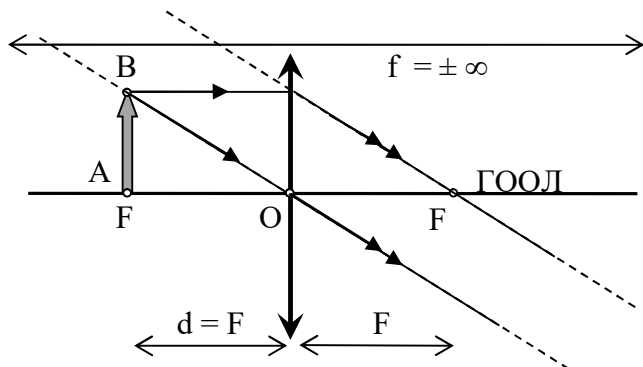
д) $d < F$;
Изображение мнимое, прямое, увеличенное, $d < f$.



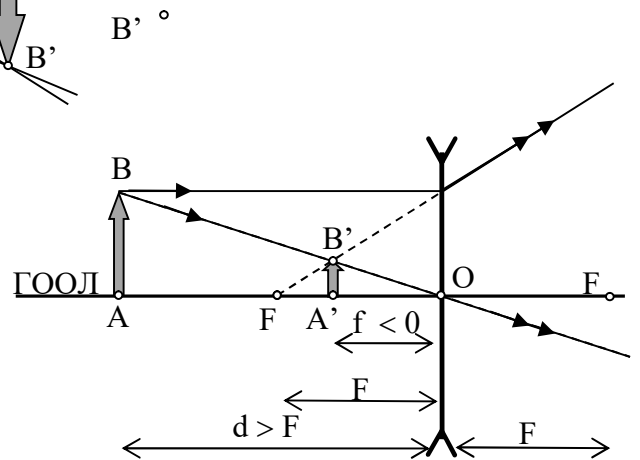
б) $d = 2F$
Изображение действительное, обратное, равное, $f = 2F$.



в) $F < d < 2F$
Изображение действительное, обратное, увеличенное, $d < f$.



г) $d = F$; Изображения нет, $f = \pm \infty$



е) Рассеивающая линза. $d - \forall$;
Изображение мнимое, прямое, уменьшенное, $f < d$.

Рис. 37

Построение изображений в линзах. Свойства изображений.

31. Формула тонкой линзы («детский» вывод).

I. Для построения (Рис. 40) используем луч SO , падающий на линзу вдоль главной оптической оси и сохраняющий то же направление после прохождения сквозь линзу, и произвольный луч SA , который падает на линзу параллельно побочной оптической оси OB и после преломления в линзе пересекает фокальную плоскость FF в точке B (побочный фокус f) и главную оптическую ось в точке S' . Точка S' является

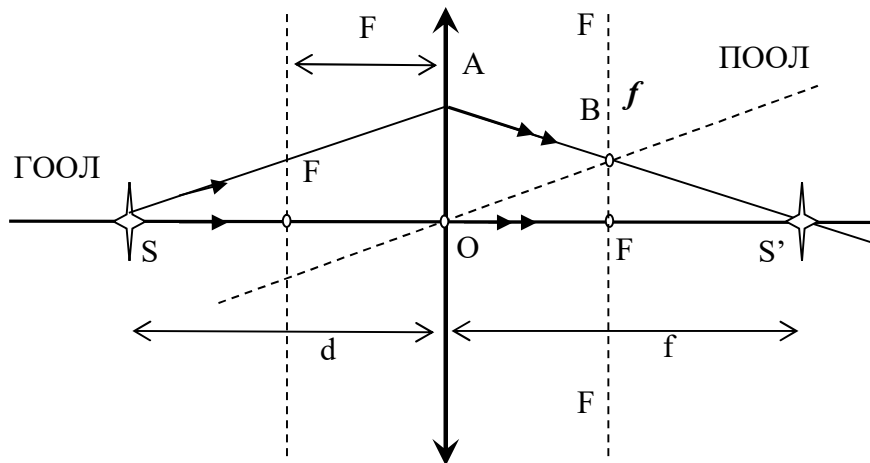


Рис. 40 К I выводу формулы тонкой собирающей линзы

изображением светящейся точки S . Введем обозначения:

d – расстояние от светящейся точки S до оптического центра O линзы;

f – расстояние от изображения S' до оптического центра O ;

F – фокусное расстояние линзы.

Из рисунка видно, что треугольники SAS' и OBS' подобны, ввиду этого $SS'/OS' = AS'/BS'$ или $(d + f)/f = AS'/BS'$.

Из подобия треугольников OAS' и FBS' имеем $OS'/FS' = AS'/BS'$ или $f/(f - F) = AS'/BS'$.

В этих пропорциях правые части равны, поэтому:

$$f F + F d = f d$$

Разделив это уравнение на произведение $f d F$, находим формулу тонкой линзы: $f F / f d F + F d / f d F = f d / f d F$, следовательно

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

(1)

Скалярная физическая величина обратная фокусному расстоянию называется **оптической силой линзы** $D = 1/F$.

Оптическая сила измеряется в диоптриях:

1 диоптрия (Дптр) = 1/метр.

Т.е. оптическая сила линзы в 1 Дптр означает, что фокусное расстояние такой линзы равно 1 м.

Можно переписать уравнение (1) в виде:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (2)$$

При расчетах необходимо придерживаться правила знаков величин, входящих в формулу линзы:

$d > 0, f > 0$ – действительные предмет (источник) и изображение;

$d < 0, f < 0$ – мнимые предмет (источник) и изображение;

$D > 0, F > 0$ – собирающая линза;

$D < 0, F < 0$ – рассеивающая линза.

II. Для вывода формулы тонкой собирающей и рассеивающей линзы можно провести рассуждения аналогичные тем, что были рассмотрены при выводе формулы сферического зеркала (II).

а) Собирающая линза (Рис. 41): Построим изображение протяженного объекта АВ в собирающей линзе (рассматриваем параксиальный случай).

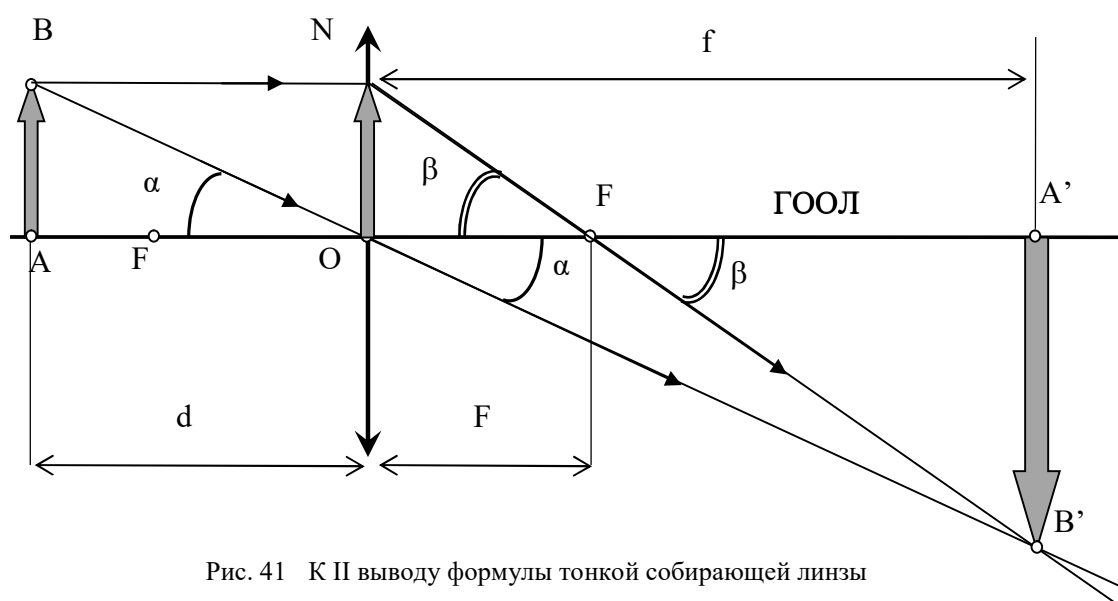


Рис. 41 К II выводу формулы тонкой собирающей линзы

Рассмотрим две пары подобных прямоугольных треугольников с вертикальными углами α и β .

Из подобия этих пар треугольников можно записать два уравнения:

$$1) \Delta A'B'O \sim \Delta ABO: \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{d};$$

$$2) \Delta A'B'F \sim \Delta ONF: \frac{A'B'}{AB} = \frac{f-F}{F}.$$

Приравнивая правые части получим:

$$df - dF = Ff, \text{ или } df = Ff + dF.$$

Разделим каждое слагаемое на произведение dFf :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Получили искомую формулу.

б) Рассеивающая линза (Рис. 42): Построим изображение протяженного объекта AB в рассеивающей линзе. Параллельным переносом построим ON (клон объекта AB) в преломляющей плоскости линзы.

Рассмотрим две пары подобных прямоугольных треугольников с общими углами α и β .

Из подобия этих пар треугольников можно записать два уравнения:

$$1) \Delta A'B'O \sim \Delta ABO:$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{d}$$

$$2) \Delta A'B'F \sim \Delta ONF: \frac{A'B'}{AB} = \frac{F-f}{F}.$$

Приравнивая правые части получим:

$$dF - df = Ff, \text{ или } -df = Ff - dF.$$

Разделим каждое слагаемое на произведение dFf :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$$

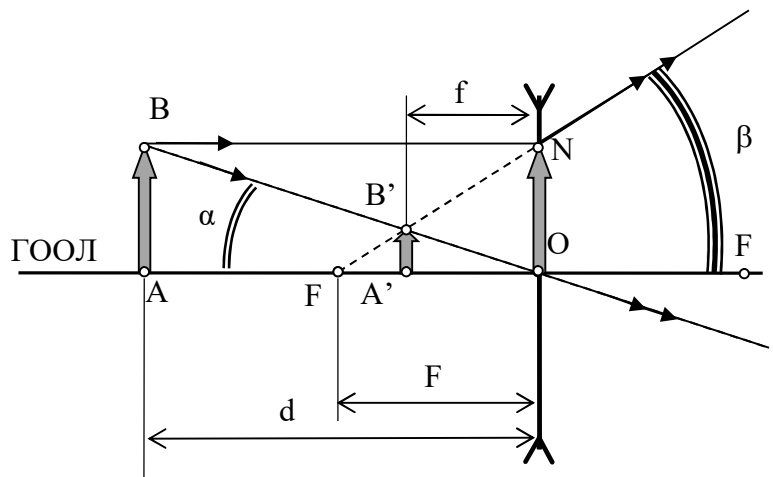


Рис. 42 К выводу формулы тонкой рассеивающей линзы

Получили искомую формулу.

Обе полученные формулы для собирающей и рассеивающей линз можно объединить и записать обобщенную формулу тонкой линзы:

$$\pm D = \pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$$

32. Поперечное увеличение изображения в линзе.

Линейное (поперечное) увеличение изображения объекта в тонкой линзе (по аналогии со сферическим зеркалом) Γ определяется как отношение поперечных (или нормальных) ГООЛ линейных размеров изображения $A'B' = h'$ и предмета $AB = h$:

$$\Gamma = \frac{h'}{h}$$

Величине h' в определенных случаях удобно приписывать знак в зависимости от того, является изображение прямым ($h' > 0$) или перевернутым ($h' < 0$).

Величина h всегда считается положительной. При таком определении линейное увеличение линзы выражается формулой,

которую можно легко получить из рис. 43:

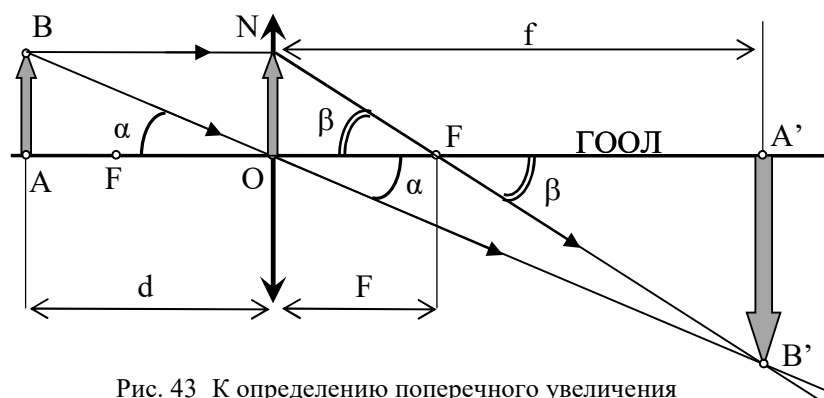


Рис. 43 К определению поперечного увеличения

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}$$

Знак «-» часто опускают или приписывают ему физический смысл мнимости одной из величин, при этом о том прямое изображение или перевернутое судят по свойствам изображений.

Поэтому при решении задачи важно изначально определить смысл, который вы в данной задаче приписываете знаку этой величины.

По аналогии можно ввести и понятие продольного увеличения изображения, даваемого линзой.

Задачи для самостоятельной работы

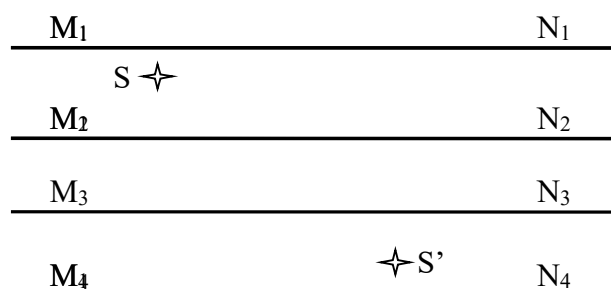
89. При съемке автомобиля длиной $l = 4$ м пленка располагалась от объектива на расстоянии $f = 60$ мм. С какого расстояния d снимали автомобиль, если длина его негативного изображения $L = 32$ мм?

90. Проверяя свои очки, учащийся получил на полу комнаты действительное изображение лампы, висящей на высоте $H = 3$ м, держа стекло под лампой на расстоянии $h = 1$ м от пола. Какова оптическая сила D стекла?

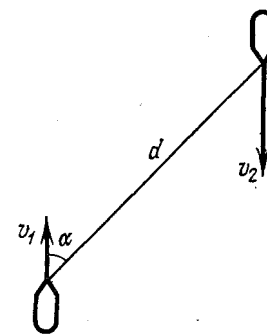
91. На главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 6$ см находится точечный источник света на расстоянии $d = 4$ см от линзы. На каком расстоянии x от линзы (по ту же сторону, что и источник) необходимо поставить плоское зеркало, чтобы по другую сторону линзы существовало действительное изображение источника на расстоянии $f = 12$ см от линзы?

92. На рис. S — точечный источник света, S' — его изображение. Определить построением положение оптического центра линзы и

каждого из ее главных фокусов в случаях, когда главной оптической осью линзы является: 1) прямая M_1N_1 2) прямая M_2N_2 ; 3) прямая M_3N_3 ; 4) прямая M_4N_4 .



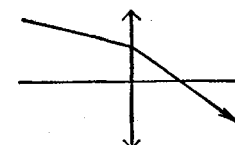
93. Фотограф, находящийся на борту судна, снимает катер, идущий встречным курсом. В момент съемки катер находится под углом $\alpha = 45^\circ$ по ходу судна на расстоянии $d = 150$ м от него (рис.). Скорость движения судна $v_1 = 18$ км/ч, а катера $v_2 = 36$ км/ч.



Какое максимальное время экспозиции Δt может дать фотограф, чтобы величина размытия изображения на пленке не превышала $\Delta l = 0,03$ мм? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата $F = 5$ см.

94. На сколько нужно изменить расстояние между объективом фотоаппарата и пластинкой при переходе от съемки очень удаленных предметов к съемке объекта, расположенного на расстоянии $d = 2$ м от объектива, если главное фокусное расстояние объектива $F = 13,5$ см?

95. Найти построением положение главных фокусов линзы (рис.).



96. Изображение предмета получается на матовом стекле фотоаппарата. На какое расстояние x надо передвинуть объектив фотоаппарата, если между объективом и матовым стеклом поместить стеклянную пластинку толщиной $h = 4$ мм? Показатель преломления стекла $n = 1,6$. Считать углы падения настолько малыми, что $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$.

97. В непрозрачной ширме сделано круглое отверстие, в которое вставлена собирающая линза. На оптической оси линзы на расстоянии $d = 10$ см от линзы помещен точечный источник света. По другую сторону линзы на таком же расстоянии d от нее поставлен перпендикулярно к оптической оси экран. На экране видно светлое

пятно, диаметр которого в $n = 2$ раза меньше, чем диаметр линзы. Определить фокусное расстояние F линзы.

98. Точечный источник света находится на оптической оси линзы на расстоянии $d = 25$ см от нее. Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см, ее диаметр $a = 5$ см. По другую сторону линзы помещается экран так, что на нем получается четкое изображение источника. Затем экран перемещают вдоль оптической оси на расстояние $l = 5$ см. Определить диаметр b светлого кружка на экране.

99. Собирающая линза, фокусное расстояние которой $F = 0,06$ м, вставлена в отверстие радиуса $r = 0,03$ м в непрозрачной преграде. На экране, находящемся от преграды на расстоянии $a = 0,16$ м, получено четкое изображение точечного источника света. Каков будет радиус R светлого круга на экране, если вынуть линзу из отверстия?

100. Линза с фокусным расстоянием $F = 5$ см плотно вставлена в круглое отверстие в доске. Диаметр отверстия $D_1 = 3$ см. На расстоянии $d = 15$ см от линзы на ее оптической оси находится точечный источник света. По другую сторону доски помещен лист бумаги, на котором получается четкое изображение источника. Каков будет диаметр D светлого кружка на листе бумаги, если линзу вынуть из отверстия?

101. Изображение миллиметрового деления шкалы, расположенной перед линзой на расстоянии $d = 12,5$ см, имеет на экране длину $L = 8$ см. На каком расстоянии l от линзы находится экран?

102. Освещенная щель высотой $h = 5$ см проектируется с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см на экран,

отстоящий от линзы на $l = 12$ см. Найти размер H изображения щели на экране.

103. Предмет размером $l = 8$ см надо спроектировать на экран. Какое фокусное расстояние F должен иметь объектив, находящийся от экрана на расстоянии $f = 4$ м, чтобы изображение предмета на экране имело размер $L = 2$ м?

104. Накаленная нить лампочки и ее изображение, полученное с помощью линзы, оптическая сила которой $D = +8$ дптр, равны по величине. Как нужно изменить расстояние между линзой и лампочкой, чтобы изображение уменьшилось в три раза?

105. Собирающая линза дает на экране четкое изображение предмета, которое в $\Gamma = 2$ раза больше этого предмета. Расстояние от предмета до линзы на $l = 6$ см превышает ее фокусное расстояние. Найти расстояние f от линзы до экрана.

106. На расстоянии d от линзы находится светящаяся точка. Колебания линзы в направлении поперек главной оптической оси приводят к колебаниям действительного изображения точки с амплитудой $A_1 = 1,6$ см, а поперечные колебания источника с той же амплитудой вызывают колебания изображения с амплитудой $A_2 = 1,5$ см. Фокусное расстояние линзы $F = 0,6$ м. Определить расстояние d .

107. Расстояние от предмета до собирающей линзы в $n = 5$ раз больше фокусного расстояния линзы. Во сколько раз изображение будет меньше предмета?

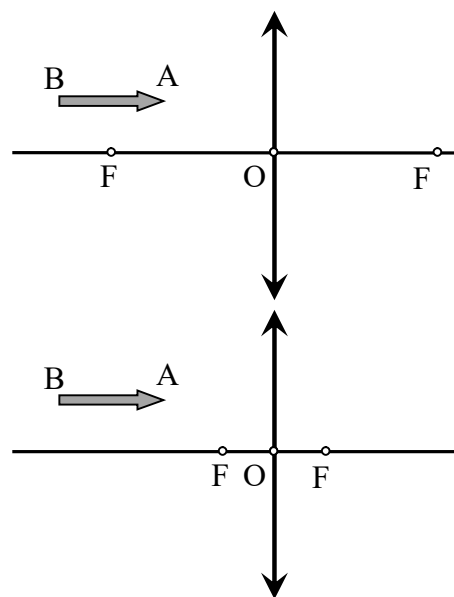
108. На каком расстоянии f от объектива проекционного аппарата нужно поместить экран, чтобы изображение на экране было в $\Gamma = 50$ раз больше предмета на диапозитиве? Фокусное расстояние объектива $F = 0,1$ м.

109. Для топографической съемки с самолета, летящего на высоте $H = 2000$ м, необходимо получить снимки местности в масштабе $1 : 4000$. Каково должно быть фокусное расстояние F объектива?

110. Объектив телевизионного передатчика отбрасывает изображение свободно падающего предмета, находящегося перед ним на расстоянии $d = 5$ м, на светочувствительный слой передающей трубки. Определить фокусное расстояние F объектива передатчика, если известно, что изображение движется с ускорением $a = 0,2$ м/с².

111. Построить изображение отрезка, параллельного главной оптической оси собирающей линзы для 2-х случаев (рис.).

112. Точечный предмет движется по дуге окружности со скоростью $v_1 = 3$ см/с вокруг оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной к оси и отстоящей от



линзы на расстоянии $d = 1,5 F$, где F — фокусное расстояние линзы. В каком направлении и с какой скоростью v_2 движется изображение предмета?

113. При помощи линзы с фокусным расстоянием $F = 4$ см получается изображение точки, лежащей на расстоянии $d = 12$ см от линзы и несколько выше ее оптической оси. На какое расстояние L сместится изображение точки при перемещении линзы на расстояние $l = 3$ см вниз от ее первоначального положения?

114. Светящаяся точка описывает окружность радиуса r в плоскости, перпендикулярной к оптической оси линзы, а ее изображение,

полученное с помощью линзы с оптической силой D , описывает на экране окружность радиуса R . На каком расстоянии f от линзы находится экран?

115. Фокусное расстояние объектива проекционного фонаря $F = 0,25$ м. Какое увеличение Γ диапозитива дает фонарь, если экран удален от объектива на расстояние $f = 4$ м?

116. Расстояния от предмета до линзы и от линзы до изображения одинаковы и равны $a = 0,5$ м. Во сколько раз увеличится изображение, если сместить предмет на расстояние $l = 20$ см по направлению к линзе?

117. С помощью фотографического аппарата, размер кадра которого 24 мм \times 36 мм и фокусное расстояние объектива $F = 50$ мм, производится фотографирование стоящего человека, рост которого $h = 1,8$ м. На каком минимальном расстоянии от человека нужно установить аппарат, чтобы сфотографировать человека во весь рост?

118. Действительное изображение светящейся точки получается на расстоянии $f = 8$ см от линзы и на расстоянии $L = 2$ см ниже ее оптической оси. На каком наименьшем расстоянии x перед линзой нужно поставить экран, имеющий форму верхней половины линзы, чтобы изображение точки исчезло? Фокусное расстояние линзы $F = 5$ см, ее диаметр (апертура) $a = 10$ см.

119. Кинооператору требуется снять автомобиль на воздушной подушке,двигающийся со скоростью $v = 72$ км/ч на расстоянии $d = 26$ м от оператора. Фокусное расстояние объектива кинокамеры «Нева» $F = 13$ мм. Какова должна быть экспозиция Δt , чтобы размытость Δg контуров изображения не превышала $a = 0,05$ мм?

120. Фокусное расстояние двояковыпуклой линзы $F = 5$ см. Точечный источник света находится на оси линзы на расстоянии $d = 6$ см от нее. Линзу разрезали по диаметру на две равные части, которые раздвинули на расстояние $s = 1$ см симметрично относительно оптической оси. Найти расстояние S между двумя изображениями точки.

121. Вдоль оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 12$ см расположен предмет, один конец которого находится на расстоянии $d_1 = 17,9$ см от линзы, а другой конец — на расстоянии $d_2 = 18,1$ см. Определить увеличение Γ изображения.

122. С каким увеличением Γ изображается тонкий прямой предмет, совпадающий на некотором участке с главной оптической осью собирающей линзы, если объект, установленный у одного из концов предмета, изображается с увеличением Γ_1 , у другого конца — с увеличением Γ_2 ? Оба конца предмета находятся от линзы на расстоянии больше фокусного.

123. Центр шарика поочередно помещают в точки A и B , находящиеся на оптической оси линзы по одну сторону от нее. Расстояние AB равно l . Линза дает поочередно два действительных изображения шарика с увеличениями соответственно Γ_a и Γ_b . Найти расстояние x между изображениями шариков.

124. Каково наименьшее возможное расстояние s между предметом и его действительным изображением, создаваемым с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием F ?

125. Расстояние между предметом и его действительным изображением, полученным с помощью собирающей линзы, $l = 6,25 F$, где

F — фокусное расстояние линзы. Определить расстояние от предмета до линзы d и от линзы до изображения f .

126. Расстояние между свечой и экраном $L = 3,75$ м. Между ними помещается собирающая линза, которая дает на экране резкое изображение свечи при двух положениях линзы. Определить фокусное расстояние F линзы, если расстояние между указанными положениями линзы $l = 0,75$ м.

127. Горящая свеча находится на расстоянии L от экрана. Помещая между экраном и свечой линзу с фокусным расстоянием F , можно получить на экране четкое изображение свечи при двух положениях линзы, находящихся на расстоянии l друг от друга. Найти l .

128. Собирающая линза дает изображение некоторого предмета на экране. Высота изображения равна a . Оставляя неподвижными экран и предмет, начинают двигать линзу к экрану и находят, что при втором четком изображении предмета высота изображения равна h' . Найти высоту предмета h .

129. Предмет расположен на расстоянии $L = 0,6$ м от экрана. Используя собирающую линзу, можно получить на экране два четких изображения предмета при двух различных положениях линзы. Найти отношение k величин изображений, если расстояние между указанными положениями линзы составляет $l = 0,4$ м.

130. Предмет находится на расстоянии $L = 0,9$ м от экрана. Между предметом и экраном перемещают линзу, причем при одном положении линзы на экране получается увеличенное изображение предмета, а при другом — уменьшенное. Каково фокусное расстояние F линзы, если линейные размеры первого изображения в $k = 4$ раза больше размеров второго?

131. Между предметом и экраном помещается собирающая линза. Перемещая ее, получают на экране два отчетливых изображения предмета, соответствующих двум различным положениям линзы. Расстояние от предмета до экрана $L = 0,8$ м. Найти расстояние x между указанными положениями линзы, если отношение величин изображений предмета на экране $k = 9$,

132. Предмет находится на расстоянии $a = 0,1$ м от переднего фокуса собирающей линзы, а экран, на котором получается четкое изображение предмета, расположен на расстоянии $b = 0,4$ м от заднего фокуса линзы. Найти фокусное расстояние F линзы. С каким увеличением Γ изображается предмет?

133. Изображение предмета на матовом стекле фотоаппарата при съемке с расстояния $d_1 = 8,5$ м получилось высотой $h_1 = 13,5$ мм, а с расстояния $d_2 = 2$ м — высотой $h_2 = 60$ мм. Найти фокусное расстояние F объектива.

134. Высота пламени свечи $L = 5$ см. Линза отбрасывает на экран изображение этого пламени высотой $h_1 = 15$ см. Не трогая линзы, свечу отодвинули на $l = 1,5$ см дальше от линзы и, передвинув экран, вновь получили резкое изображение пламени высотой $h_2 = 10$ см. Найти главное фокусное расстояние F линзы.

135. Источник света находится на расстоянии $a = 5$ м от экрана, на котором с помощью собирающей линзы получают увеличенное в $\Gamma_1 = 4$ раза изображение источника. Затем экран отодвигают на $b = 4$ м. Восстановить четкость увеличенного изображения можно различными способами. Определить, какими будут увеличения Γ_2 и Γ_3 , если сделать это: 1) передвинув только линзу, 2) передвинув только источник.

136. Очковое стекло с оптической силой $D = +8$ дптр используется как лупа. Какое увеличение может дать эта лупа? Расстояние ясного зрения для нормального глаза $D_0 = 0,25$ м.

137. Лупа дает пятикратное увеличение при рассматривании предмета, лежащего в ее фокальной плоскости. Эту лупу хотят использовать в качестве объектива проекционного фонаря. На каком расстоянии d от объектива должен располагаться диапозитив, чтобы на экране получилось его изображение, увеличенное в $\Gamma = 10$ раз?

138. На каком расстоянии x от глаза надо держать маленький предмет при рассматривании его в лупу с фокусным расстоянием $F = 2$ см? Какое при этом получится увеличение Γ ? Лупа находится на расстоянии $l = 5$ см от глаза, изображение — на расстоянии наилучшего зрения $D_0 = 25$ см.

139. С помощью линзы, оптическая сила которой $D = +4$ дптр, необходимо получить увеличенное в $\Gamma = 5$ раз изображение предмета. На каком расстоянии d перед линзой нужно поместить этот предмет?

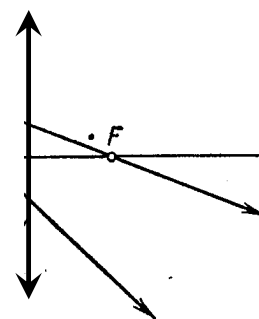
140. Собирающая линза дает расходящийся пучок света, причем угол между крайними лучами пучка составляет $\alpha = 60^\circ$. Найти фокусное расстояние F линзы, если ее диаметр $D = 10$ см, а точечный источник света находится на расстоянии $d = 4$ см от линзы.

141. В электрическом фонарике перед лампочкой помещена собирающая линза диаметром $D = 6$ см с фокусным расстоянием $F = 6$ см. На каком расстоянии d от линзы находится лампочка, если угол раствора светового пучка, даваемого фонариком (угол между оптической осью и крайним лучом), составляет $\alpha = 45^\circ$?

142. Точечный источник света помещен в фокусе собирающей линзы (с фокусным расстоянием $F = 6$ см. За линзой на расстоянии $l = 12$ см от нее расположен плоский экран, на котором видно круглое светлое пятно. В какую сторону и на какое расстояние x от фокуса линзы надо переместить (вдоль оптической оси) источник света, чтобы радиус r светлого пятна на экране увеличился в $n = 2$ раза?

143. Построить изображение точки, лежащей на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии, меньшем фокусного. Положение фокусов линзы задано.

144. Найти построением положение светящейся точки, если известен ход двух лучей после их преломления в линзе (рис.). Один из этих лучей пересекается с главной оптической осью линзы в ее главном фокусе.



145. На каком расстоянии d от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 0,25$ м должен находиться предмет, чтобы его мнимое изображение совместились с плоскостью, лежащей на расстоянии $f = 1$ м за линзой?

146. Каково фокусное расстояние F линзы, дающей мнимое изображение предмета, помещенного перед ней на расстоянии $d = 0,4$ м, на расстоянии $f = 1,2$ м от линзы?

147. Мнимое изображение предмета находится в фокальной плоскости собирающей линзы. На каком расстоянии от линзы находится сам предмет?

148. Величина прямого изображения предмета, полученного с помощью двояковыпуклой линзы, вдвое ($\Gamma = 2$) больше величины предмета. Расстояние между изображением и предметом $L = 20$ см. Определить фокусное расстояние F линзы.

149. Собирающая линза с оптической силой $D = 0,5$ диоптрий помещена между двумя точечными источниками так, что отношение расстояний d_1 и d_2 источников до линзы составляет $d_1/d_2 = n = 4$. Расстояние между изображениями $l = 2$ м, причем изображения находятся по одну сторону линзы. Найти расстояние x между источниками.

150. Два точечных источника света находятся на расстоянии $l = 24$ см друг от друга. Между ними, на расстоянии $d = 6$ см от одного из них, помещена тонкая собирающая линза. При этом изображения обоих источников получились в одной и той же точке. Найти фокусное расстояние F линзы.

151. Расстояние от предмета до линзы $d = 10$ м, от линзы до изображения $f = 2,5$ м. Определить оптическую силу D линзы в случаях: 1) изображение мнимое, 2) изображение действительное.

152. Главное фокусное расстояние собирающей линзы $F = 18$ см. Где расположена светящаяся точка, если ее изображение получается на расстоянии $f = 12$ см от линзы и $L = 5$ см от главной оптической оси?

153. Увеличение, даваемое линзой, $\Gamma = 10$. Найти ее фокусное расстояние F , если расстояние от линзы до предмета $d = 9,9$ см. Рассмотреть два случая.

154. Фокусное расстояние собирающей линзы $F = 10$ см, расстояние предмета от фокуса $l = 5$ см, линейные размеры предмета $h = 2$ см. Определить величину H изображения. Рассмотреть два случая.

155. Оптическая ось собирающей линзы совпадает с осью светового конуса, образованного сходящимся пучком лучей, а фокус линзы совпадает с вершиной конуса. На каком расстоянии f от линзы

пересекутся лучи после преломления, если оптическая сила линзы $D = 5$ дптр?

156. На пути сходящегося пучка лучей поставили собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 7$ см. В результате лучи сошлись в точке A на расстоянии $f = 5$ см от линзы. На каком расстоянии l от точки A сойдутся лучи, если линзу убрать?

157. Цилиндрический пучок лучей, параллельных главной оптической оси рассеивающей линзы, имеет диаметр $s_1 = 5$ см. Пройдя линзу, пучок дает на экране пятно диаметром $s_2 = 7$ см. Каков будет диаметр s_3 пятна, если рассеивающую линзу заменить собирающей с тем же фокусным расстоянием?

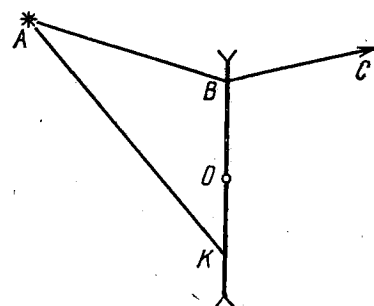
158. Цилиндрический пучок света направляется на собирающую линзу параллельно ее оптической оси. Диаметр пучка $D_1 = 4$ см. За линзой стоит экран, на котором пучок дает пятно диаметром $D_2 = 2$ см. На место собирающей линзы поставили рассеивающую с тем же фокусным расстоянием. Каков будет теперь диаметр D_3 пятна на экране?

159. Мнимое изображение светящейся точки в рассеивающей линзе находится в два раза ближе к линзе, чем сама точка. Найти положение светящейся точки, если известно, что она лежит на оптической оси линзы. Оптическая сила линзы $D = -5$ дптр.

160. Висящий на стене здания термометр рассматривают через рассеивающую линзу. Линза расположена параллельно стене ниже термометра, так что шарик термометра виден в направлении побочной оси линзы, отклоняющейся от главной оси вверх на угол $\alpha = 30^\circ$. Под каким углом к главной оси расположена побочная ось, на которой

лежит изображение верхней точки термометра, если длина изображения термометра $H = 6,4$ см, расстояние между линзой и стеной $d = 60$ см, оптическая сила линзы $D = -5$ диоптрий?

161. Светящаяся точка A расположена перед рассеивающей линзой, положение оптического центра O которой известно (рис.). Известен также ход одного из лучей ABC . Построить ход другого луча AK .



162. Построить ход произвольного луча после преломления в рассеивающей линзе, падающего на нее под произвольным углом к преломляющей плоскости линзы. Положение оптической оси линзы и ее фокусов дано.

163. Предмет размером $h = 0,03$ м расположен на расстоянии $d = 0,15$ м от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 0,3$ м. На каком расстоянии от линзы получится изображение? Какова будет величина изображения H ?

164. Точечный источник света, помещенный первоначально на расстоянии $d_1 = 1,2$ м от рассеивающей линзы, приближается к ней вдоль оптической оси до расстояния $d_2 = 0,6$ м. При этом мнимое изображение источника проходит вдоль оптической оси расстояние $l = 10$ см. Найти фокусное расстояние F линзы.

165. Световой луч, падающий на рассеивающую линзу, после преломления в ней пересекает главную оптическую ось линзы в точке, отстоящей от линзы на расстоянии $f = 9$ см. В какой точке пересечет луч ту же ось, если линзу убрать? Фокусное расстояние линзы $F = 13,5$ см.

166. Сходящийся пучок лучей, проходящий через отверстие диаметром $a = 5$ см в непрозрачной ширме, дает на экране, расположенном за ширмой на расстоянии $L = 20$ см, светлое пятно диаметром $b = 4$ см. После того как в отверстие вставили линзу, пятно превратилось в точку. Определить фокусное расстояние F линзы.

167. Сходящийся пучок лучей имеет вид конуса с вершиной точке А. Когда на пути лучей поставили рассеивающую линзу, сходящийся пучок превратился в расходящийся с вершиной в точке В. Зная, что точки А и В лежат на главной оптической оси линзы на расстоянии $l = 0,45$ м друг от друга и оптический центр линзы делит отрезок ВА в отношении $n : m = 1 : 2$, определить фокусное расстояние F линзы.

168. Рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F = 12$ см помещена между двумя точечными источниками в два раза ближе одному из них, чем к другому. Расстояние между изображениями источников получилось равным $l = 7,8$ см. Найти расстояние L между самими источниками.

169. Экран расположен на расстоянии $L = 21$ см от отверстия, которое вставлена линза диаметром $a = 5$ см. На линзу падает сходящийся пучок лучей, в результате чего на экране образуется светлое пятно диаметром $b = 3$ см. Оказалось, что если линзу убрать, то диаметр пятна не изменяется. Определить фокусное расстояние линзы.

170. Оптическая сила тонкой стеклянной линзы в воздухе $D = 5$ дптр. Определить фокусное расстояние F той же линзы, погруженной в воду. Показатель преломления стекла $n_{ст} = 3/2$, воды $n_в = 4/3$.

Обработка результатов измерений при проведении лабораторных работ

1. Основные термины, определения и обозначения.

ИЗМЕРЕНИЕ – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью средств измерения.

СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ – измерительные инструменты или приборы, позволяющие сравнивать измеряемую величину с мерой (однородной с измеряемой величиной и принятой за единицу измерения).

ПРЯМОЕ ИЗМЕРЕНИЕ – определение значения физической величины непосредственно с помощью средств измерения.

КОСВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ – определение значения физической величины по формуле, связывающей ее с другими физическими величинами, измеряемыми непосредственно (которые определяются прямыми измерениями).

Пусть A – измеряемая физическая величина

$A_{\text{пр}}$ – приближенное значение измеряемой физической величины, полученное путем прямых или косвенных измерений.

Например при прямом измерении бруска длиной A с помощью сантиметровой линейки, получим:

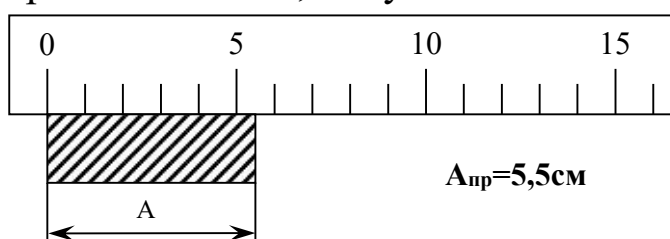


Рис. 1.

ΔA – абсолютная погрешность измерения физической величины. Она выражается в тех же единицах измерения, что и сама физическая величина.

$\Delta_u A$ – максимальная абсолютная инструментальная погрешность измерения (погрешность средств измерения). Может быть определена по таблице 1. или по классу точности электроизмерительного прибора.

γ – класс точности электроизмерительного прибора. Он показывает, сколько процентов составляет абсолютная инструментальная погрешность прибора $\Delta_u A$ от всей действующей шкалы прибора A_{\max} :

$$\gamma = \frac{\Delta_u A}{A_{\max}} \times 100(\%) .$$

Существуют следующие классы точности стрелочных электроизмерительных приборов:

0,1 0,2 0,5 1,5 2,5 4,0

(при указании класса точности знак ”%” не пишется)

Максимальная “абсолютная” инструментальная погрешность измерения физической величины электроизмерительным прибором определяется по формуле :

$$\Delta_u A = \frac{\gamma \cdot A_{\max}}{100} .$$

Допустимые инструментальные погрешности средств измерения

Таблица 1.

№ п/п	Средства измерения	Предел измерения	Цена деления	Допустимая инструментальная погрешность
1.	Линейки: ученическая	до 50 см	1 мм	± 1 мм
	чертежная	до 50 см	1 мм	± 0,2 мм
	инструментальная	20 см	1 мм	± 0,1 мм
	демонстрационная	100 см	1 см	± 0,5 см
2.	Лента измерительная	150 см	0,5 см	± 0,5 см
3.	Штангенциркуль	150 мм	0,1 мм	± 0,05 мм
4.	Микрометр	25мм	0,01 мм	± 0,005 мм
5.	Мензурка	до 250 мл	2 мл	± 1 мл
6.	Гири 4 класса точности	1 ÷ 100 г	–	< 0,04 г
7.	Динамометр учебный	4 Н	0,1 Н	± 0,05 Н
8.	Весы учебные	200 г	2 г	± 0,1 г
9.	Секундомер	0 ÷ 30 мин	0,2 с	±1 с за 30 мин
10.	Барометр aneroid	720 ÷ 780 мм рт ст	1 мм рт ст	± 3 мм рт ст
11.	Термометр лабораторный	0 ÷ 100°C	1°C	± 1°C
12.	Амперметр лабораторный	2 А	0,1 А	± 0,05 А
13.	Вольтметр лабораторный	6 В	0,2 В	± 0,15 В

$\Delta_0 A$ – абсолютная погрешность отсчета, равная в большинстве случаев половине цены деления измерительного инструмента (линейки) или прибора (секундомера, вольтметра и т.д.). Эта погрешность обусловлена недостаточно точным считыванием показаний средств измерения.

ε - относительная погрешность измерения физической величины, определяемая соотношениями:

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A_{np}} \times 100 \quad \text{- в процентах от целого,}$$

$$\text{или } \varepsilon = \frac{\Delta A}{A_{\text{пр}}} \quad - \text{ в долях от целого.}$$

2. Методика определения абсолютных и относительных погрешностей

Абсолютная погрешность прямых измерений (при отсутствии других погрешностей) складывается из абсолютных погрешностей отсчета и инструментальной погрешности:

$$\Delta A = \Delta_u A + \Delta_o A$$

Абсолютная погрешность измерения обычно округляется до одной значащей цифры ($\Delta A = 0,17 \approx 0,2$). Приближенное значение физической величины округляют так, чтобы его последняя цифра оказалась в том же разряде, что и цифра погрешности ($A_{\text{пр}} = 10,332 \approx 10,3$). Относительная погрешность косвенных измерений определяется так, как показано в таблице 2.

Формулы для нахождения относительной погрешности косвенных измерений

Таблица 2.

Формула, по которой определяется физическая величина A	Формула для определения относительной погрешности ε (в долях от целого)
$A = B \cdot C \cdot D$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = \frac{B}{C \cdot D}$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
$A = B \pm C$	$\varepsilon = \frac{\Delta B + \Delta C}{B \pm C}$
$A = B \sqrt{\frac{C}{D}}$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta D}{D}$

Абсолютная погрешность косвенных измерений определяется по формуле:

$$\Delta A = A_{\text{пр}} \cdot \varepsilon ,$$

где ε - в долях от целого, выражается десятичной дробью.

РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЯ записывается в виде:

$$A = A_{np} \pm \Delta A ;$$

$$\varepsilon = \dots\%.$$

3. Методика сравнения результатов двух измерений одной физической величины.

1). Записать результаты 1-го и 2-го измерений по форме:

$$A_1 = A_{1np} \pm \Delta A_1$$

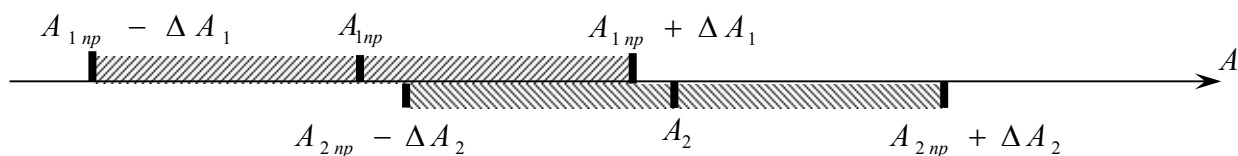
$$A_2 = A_{2np} \pm \Delta A_2$$

2). Записать результаты измерений в виде двойных неравенств:

$$A_{1np} - \Delta A_1 < A_1 < A_{1np} + \Delta A_1 ;$$

$$A_{2np} - \Delta A_2 < A_2 < A_{2np} + \Delta A_2 ;$$

3). Сравнить полученные интервалы значений: если полученные интервалы не перекрываются, то результаты считать не одинаковыми; если перекрываются (в нашем случае это интервал от $A_{2np} - \Delta A_2$ до $A_{1np} + \Delta A_1$) одинаковыми (см. Рис. 2):



При записи вывода об одинаковости результатов необходимо указать относительную погрешность измерений.

4. Методика построения графика по экспериментальным точкам.

1. Нанести на поле графика измеряемой величины Y зависящей от параметра X экспериментальные точки $Y_i(X_i)$.

2. Провести линию графика так, чтобы число экспериментальных точек с обеих сторон линии было приблизительно одинаковым (см.Рис.3). Экспериментальные точки, лежащие далеко от линии графика («выбросы») не учитываются и подлежат проверке.

3. Линия графика должна быть плавной. Для её проведения рекомендуется использовать лекала.

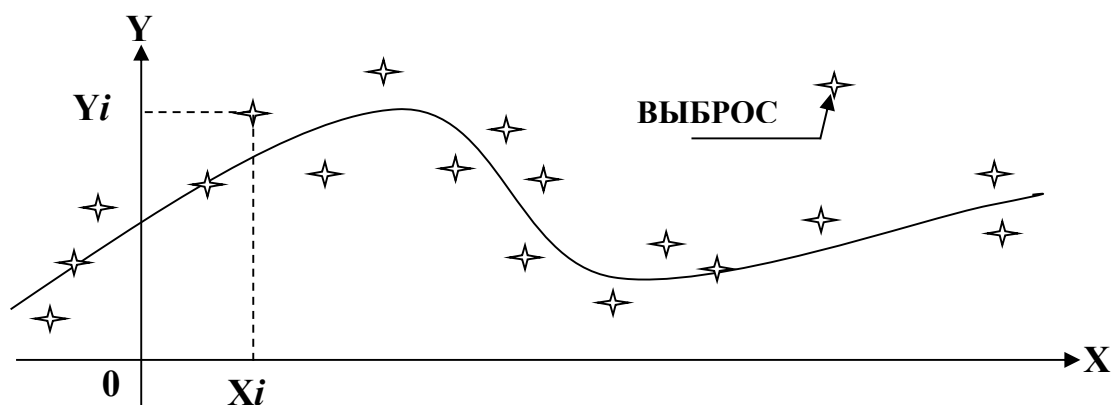


Рис. 3