Методический материал по алгебре

Преобразования графиков функций

Оглавление

- Правила преобразований графиков функций
- Графические иллюстрации
- Примеры построения графиков сложных функций с помощью одного преобразования
- Примеры построения графиков сложных функций с помощью нескольких преобразований

Правила преобразований графиков функций

- Построение графика функции y=f(x+a)
- Построение графика функции y=f(x)+b
- Построение графика функции y=f(-x)
- Построение графика функции y=-f(x)
- Построение графика функции y=f(kx)
- Построение графика функции y=kf(x)
- Построение графика функции y=f(|x|)
- Построение графика функции y=|f(x)|

оглавление

Параллельный перенос вдоль оси абсцисс $y=f(x+a)$

Для построения графика функции $y=f(x+a)$ надо график функции $y=f(x)$ параллельно перенести на $|a|$ единиц вдоль оси Ox

- в положительном направлении, если $a<0$
- в отрицательном направлении, если $a>0$

графическая иллюстрация

Параллельный перенос вдоль оси ординат $y=f(x)+b$

Для построения графика функции $y=f(x)+b$ надо график функции $y=f(x)$ параллельно перенести на $|b|$ единиц вдоль оси Oy

- в положительном направлении, если $b>0$
- в отрицательном направлении, если $b<0$

графическая иллюстрация

Симметричное отображение относительно оси ординат y=f(-x)

Для построения графика функции y=f(-x) надо график функции y=f(x) симметрично отобразить относительно оси Oy

Замечание: при этом точки пересечения с осью y остаются неизменными.

графическая иллюстрация

Симметричное отображение относительно оси абсцисс y=-f(x)

Для построения графика функции y=-f(x) надо график функции y=f(x) симметрично отобразить относительно оси Ox

Замечание: при этом точки пересечения с осью x остаются неизменными.

графическая иллюстрация

Растяжение/сжатие вдоль оси абсцисс

$y=f(kx)$

Для построения графика функции $y=f(kx)$ надо график функции $y=f(x)$ подвергнуть масштабированию вдоль оси Ox

- растяжению в $1/k$ раз , если $0<k<1$
- сжатию в k раз, если $k>1$

Замечание: при этом точки пересечения с осью y остаются неизменными.

графическая иллюстрация 1 графическая иллюстрация 2

Растяжение/сжатие вдоль оси ординат $y=kf(x)$

Для построения графика функции $y=kf(x)$ надо график функции $y=f(x)$ подвергнуть масштабированию вдоль оси Oy

- растяжению в k раз , если $k>1$
- сжатию в $1/k$ раз, если $0<k<1$

Замечание: при этом точки пересечения с осью x остаются неизменными.

графическая иллюстрация 1 графическая иллюстрация 2

Построение графика y=f(|x|)

y=f(|x|)

Для построения графика функции y=f(|x|) надо:

- часть графика функции y=f(x), лежащую правее оси Oy, оставить без изменения;
- эту же часть графика функции y=f(x), лежащую правее оси Oy, симметрично отобразить относительно оси Oy

графическая иллюстрация

Построение графика y=|f(x)|

y=|f(x)|

Для построения графика функции y=|f(x)| надо:

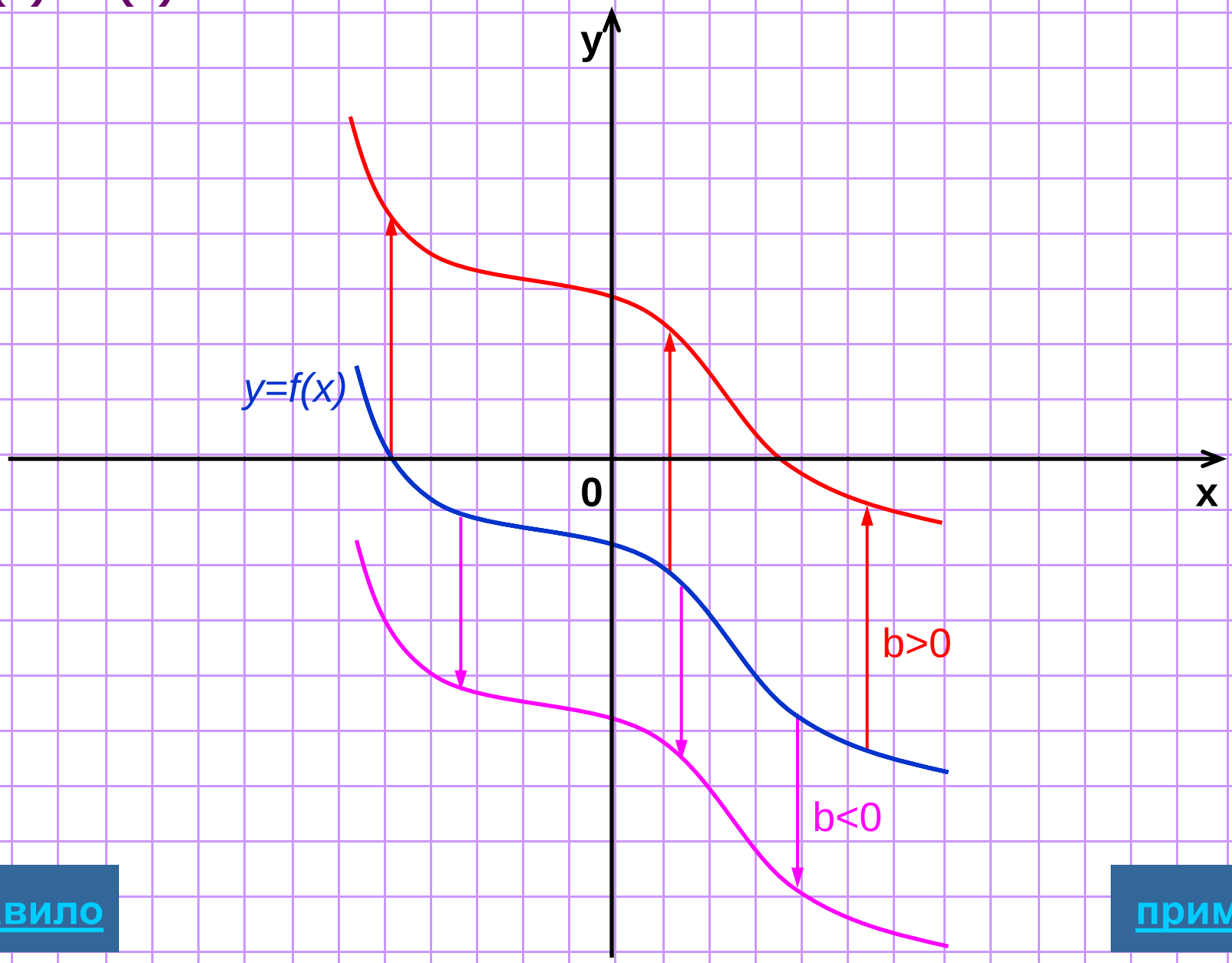
- часть графика функции y=f(x), лежащую выше оси Ox, оставить без изменения;
- часть графика функции y=f(x), лежащую ниже оси Ox, симметрично отобразить относительно оси Ox

графическая иллюстрация

Графические иллюстрации

- Построение графика функции $y=f(x+a)$
- Построение графика функции $y=f(x)+b$
- Построение графика функции $y=f(-x)$
- Построение графика функции $y=-f(x)$
- Построение графика функции $y=f(kx)$, $0<k<1$
- Построение графика функции $y=f(kx)$, $k>1$
- Построение графика функции $y=kf(x)$, $0<k<1$
- Построение графика функции $y=kf(x)$, $k>1$
- Построение графика функции $y=f(|x|)$
- Построение графика функции $y=|f(x)|$

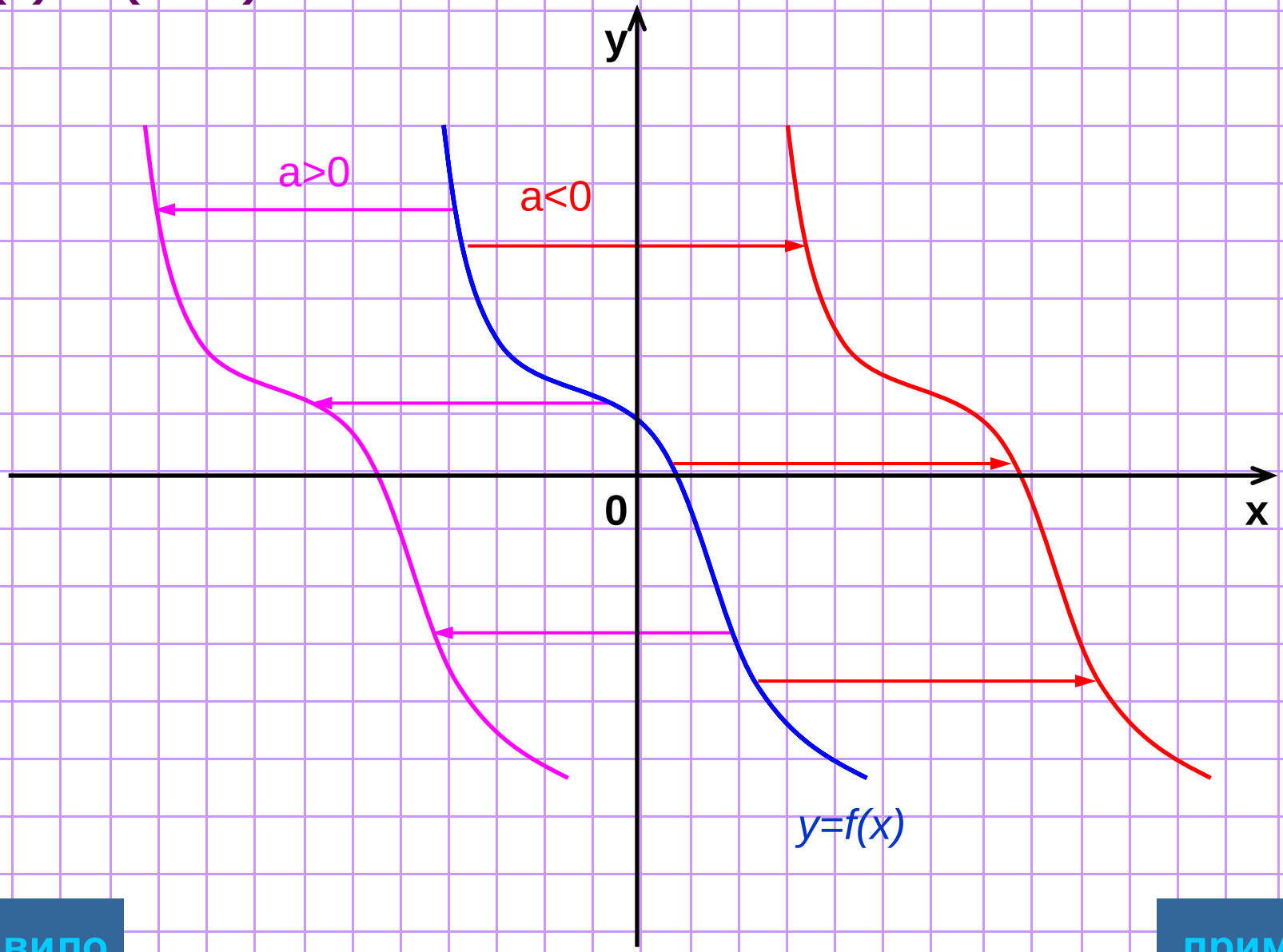
f(x) → f(x) + b



правило

пример

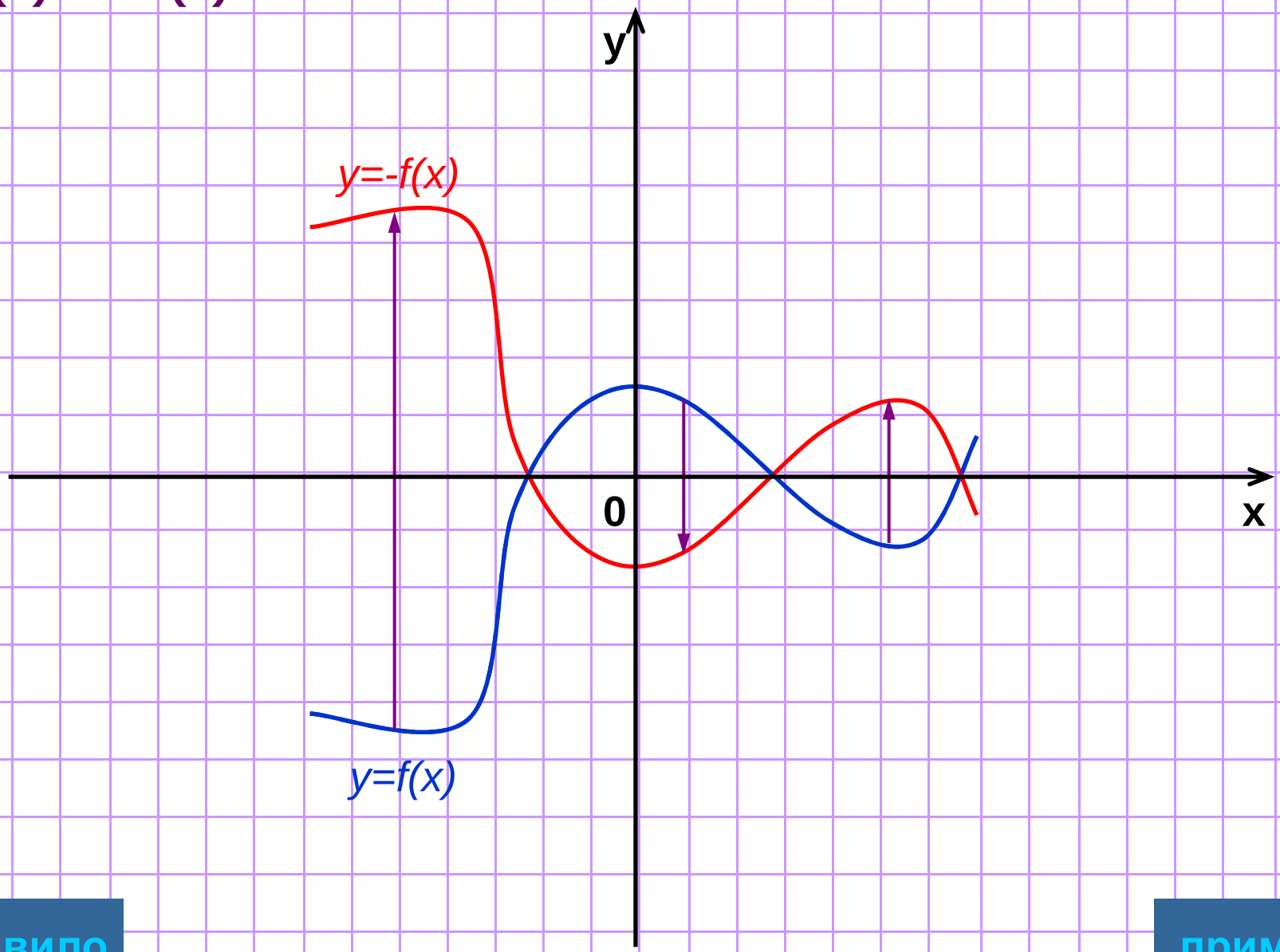
f(x) → f(x + a)



правило

пример

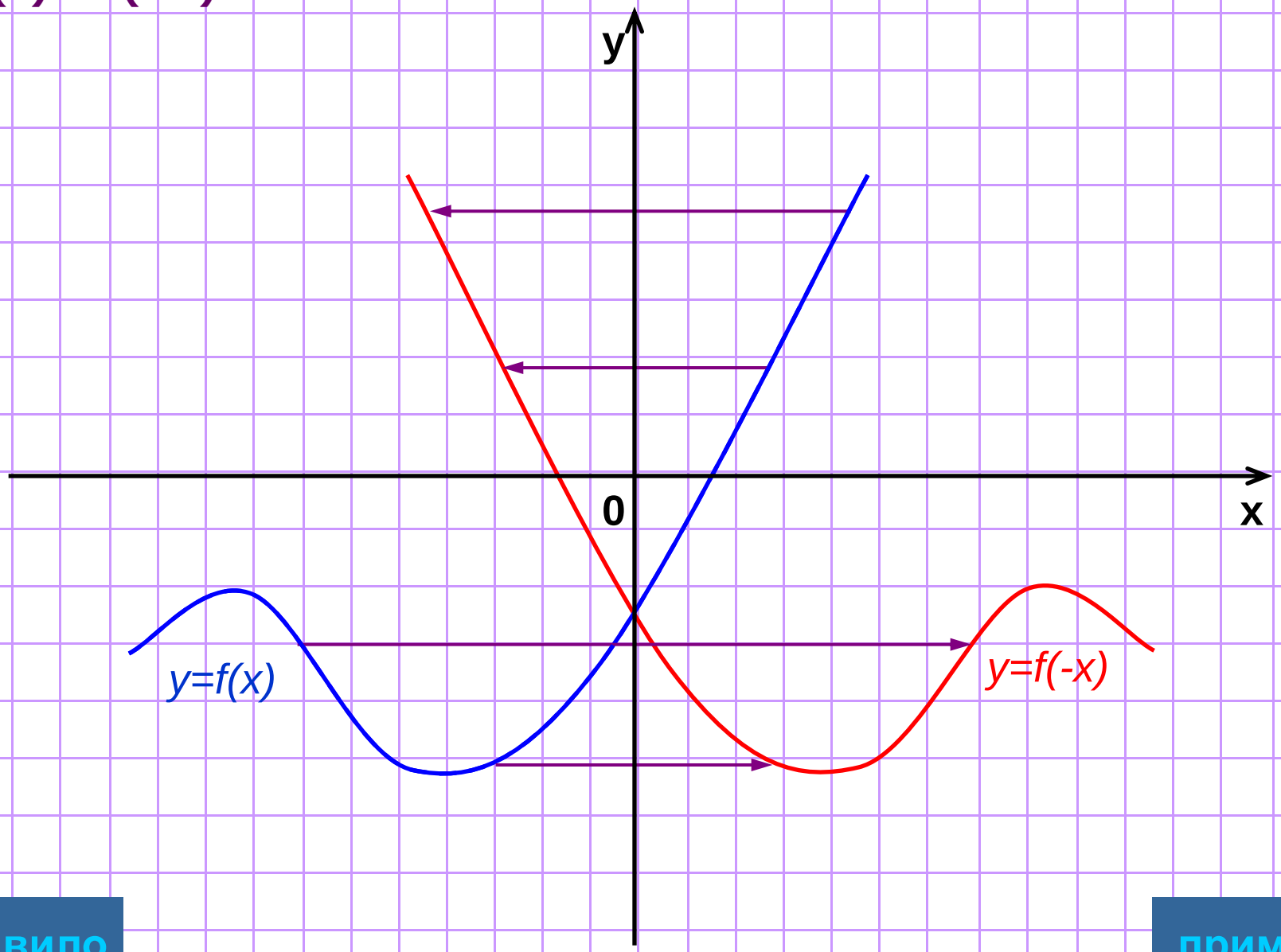
f(x) → – f (x)



правило

пример

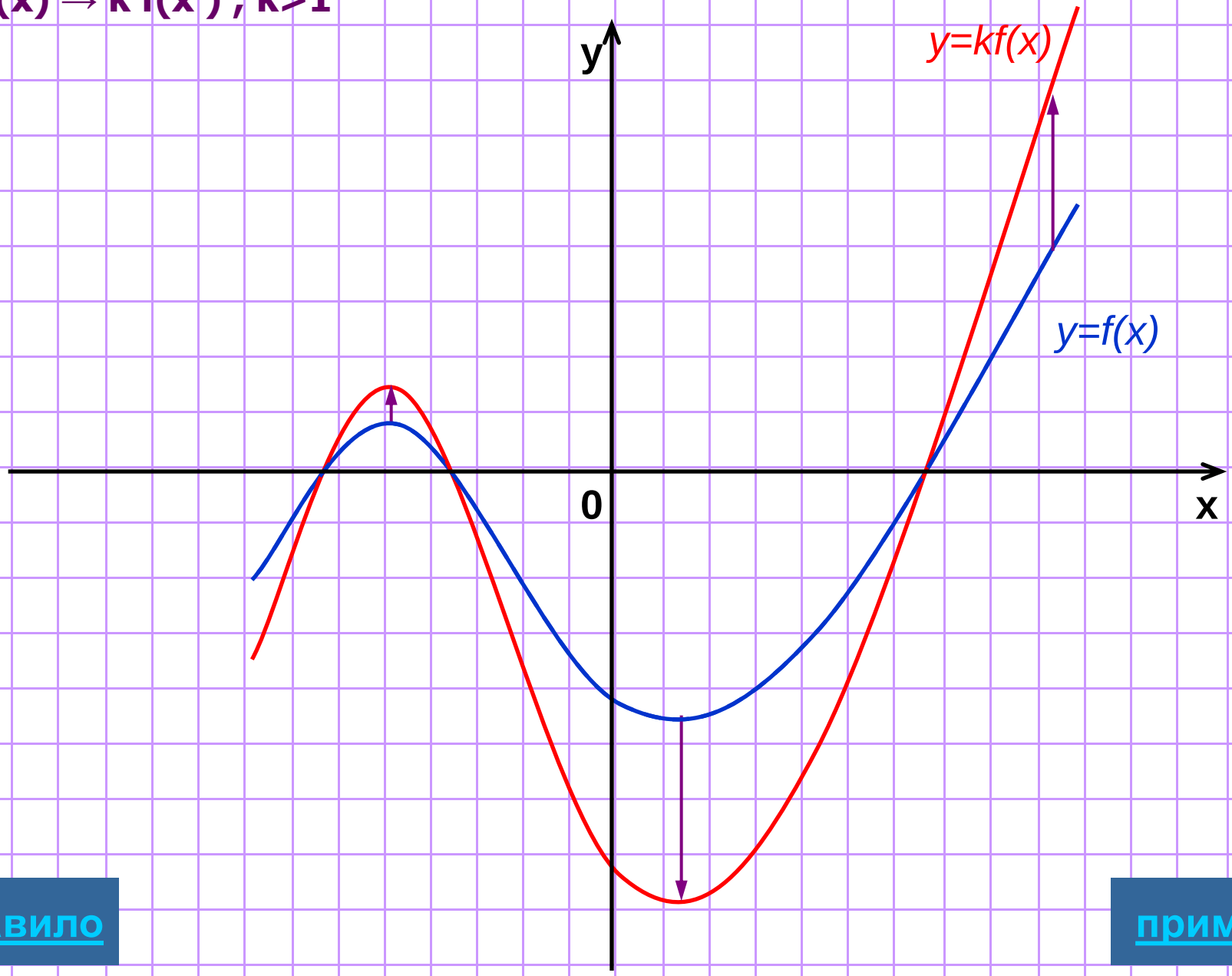
f(x) → f(– x)



правило

пример

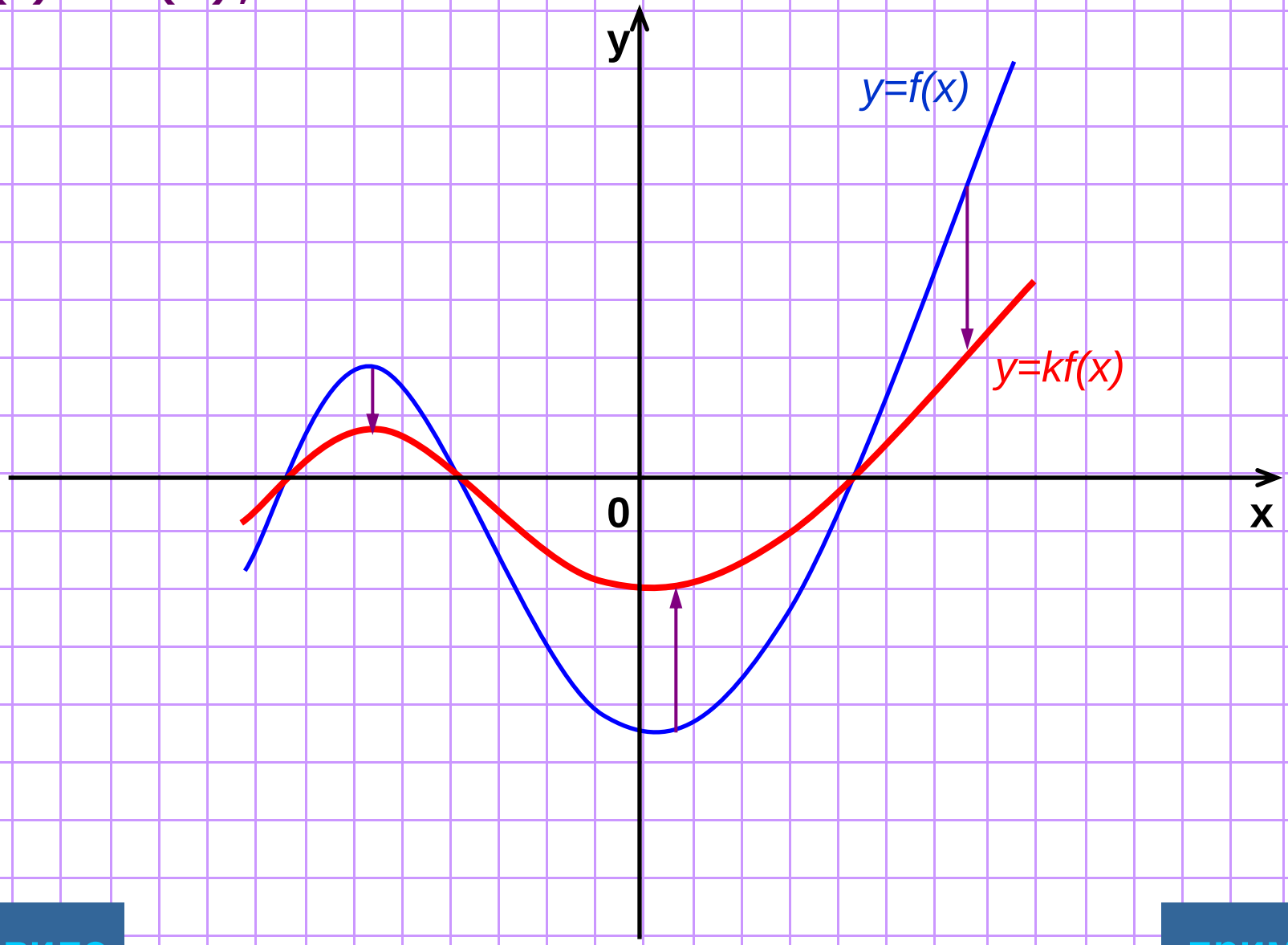
f(x) → k f(x) ; k>1



правило

пример

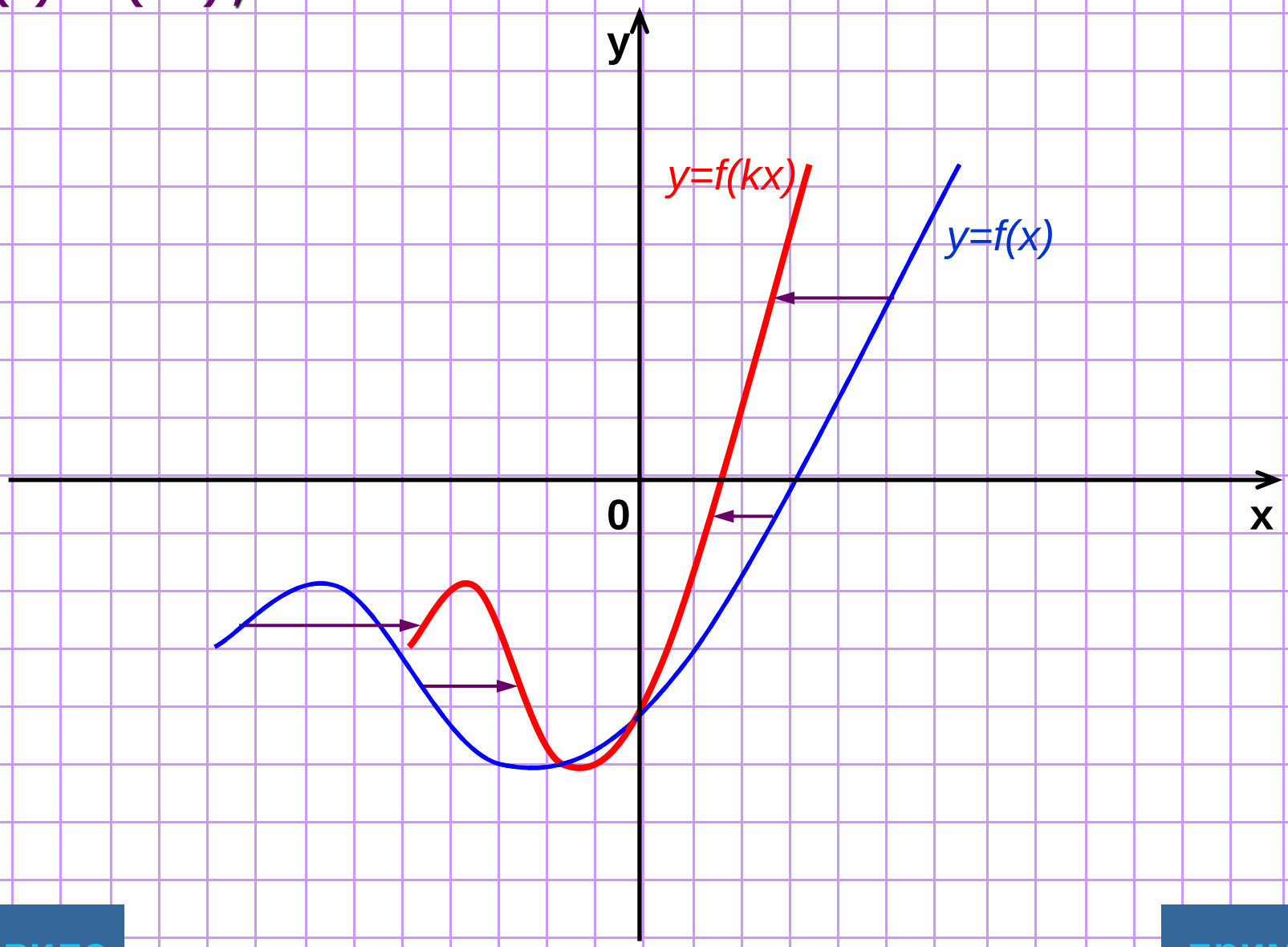
$f(x) \to k\,f(x)$; $0<k<1$



правило

пример

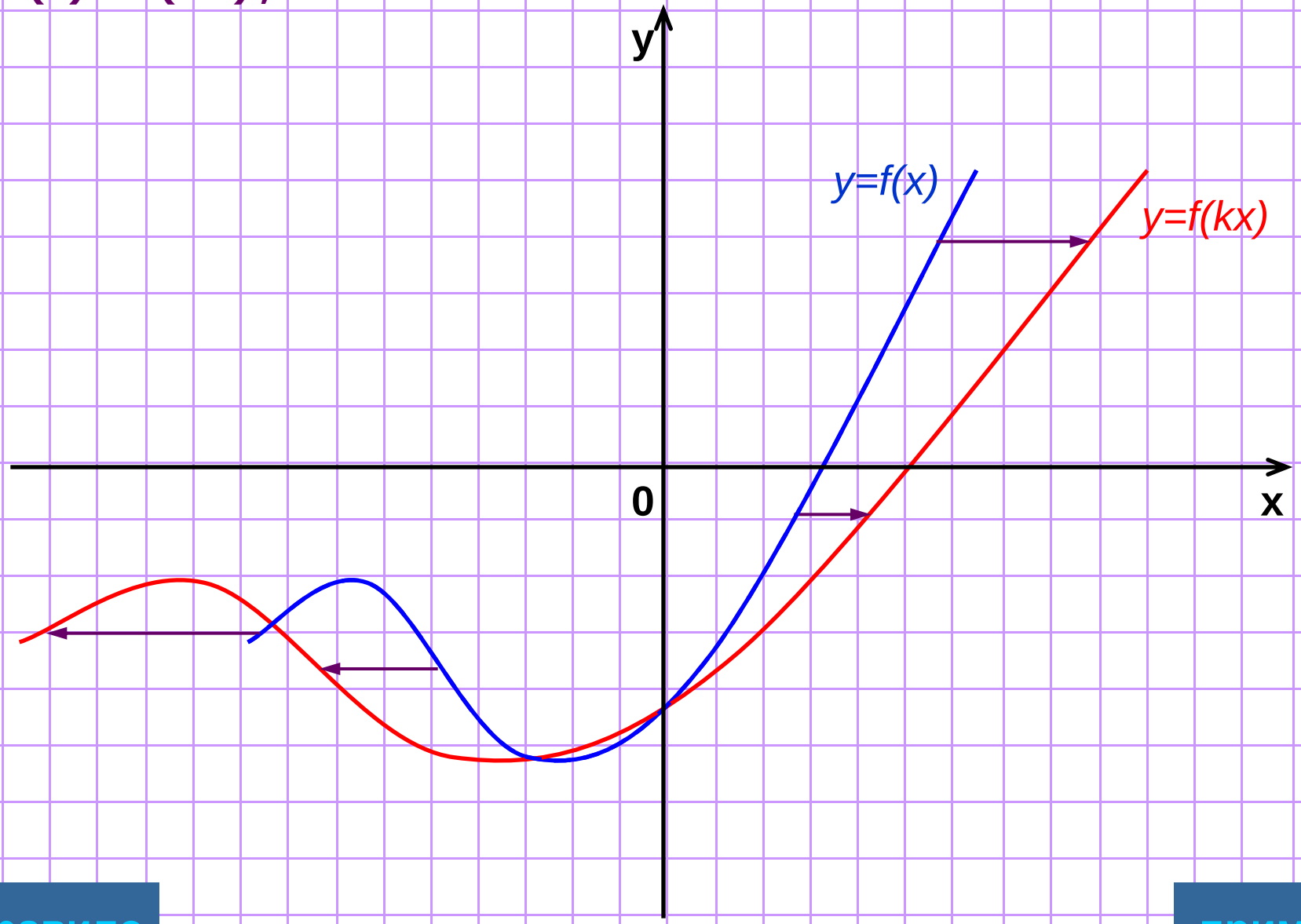
$f(x) \to f(kx)$; $k>1$



правило

пример

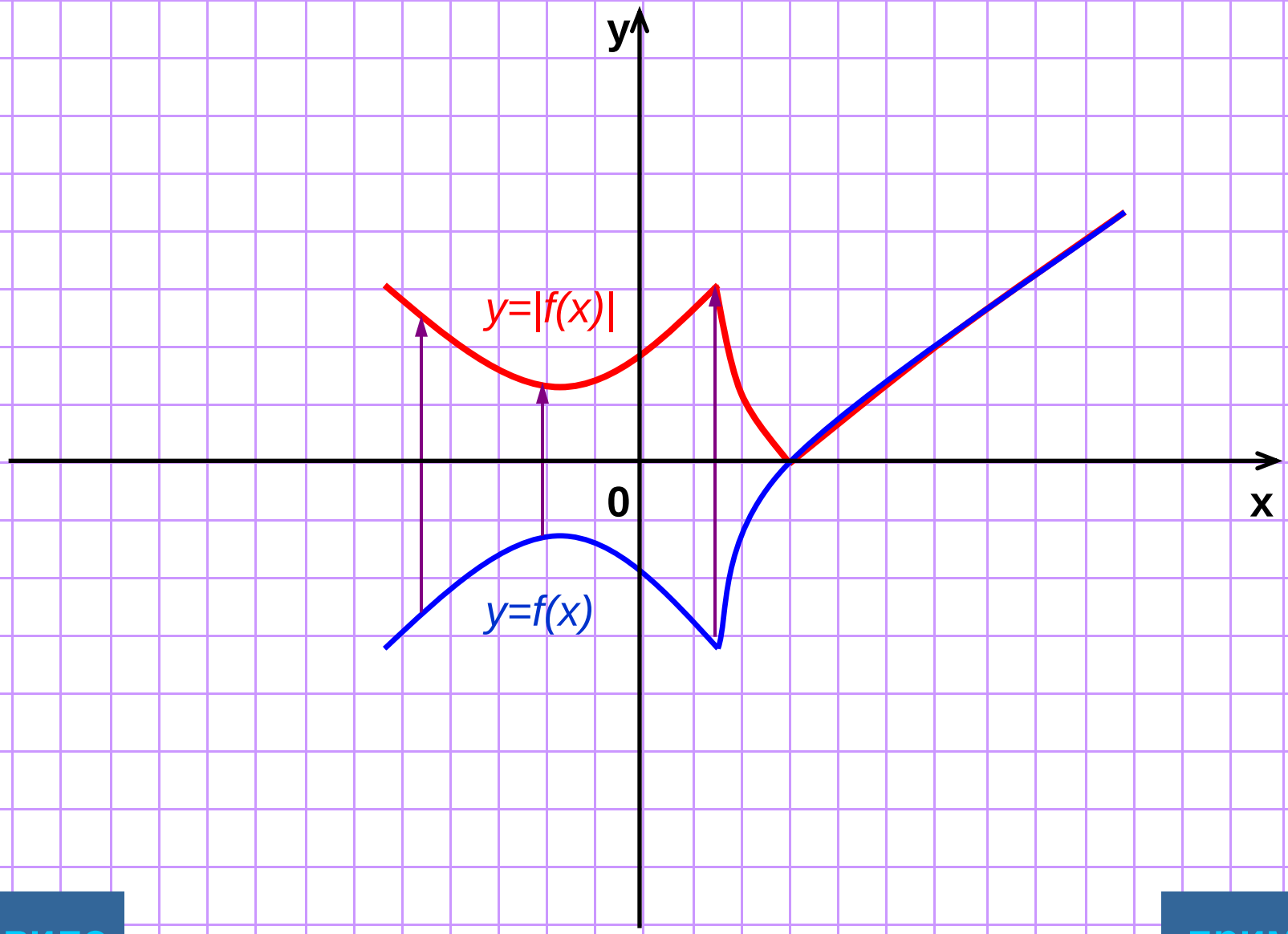
$f(x) \to f(kx)$; $0<k<1$



правило

пример

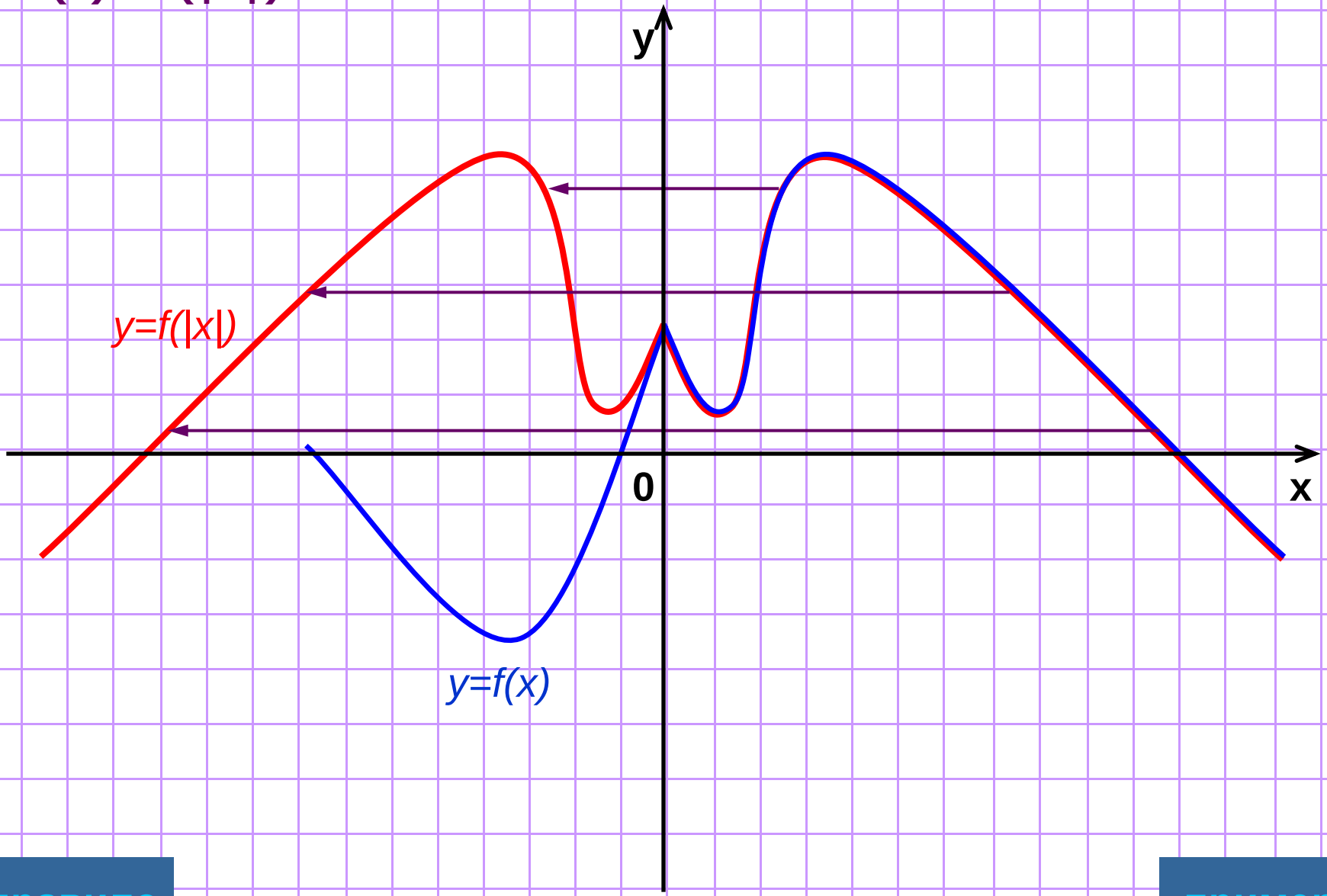
$f(x) \to |f(x)|$



правило

пример

f(x) → f(| x |)



правило

пример

Примеры построения графиков сложных функций

- Построение графика функции y=f(x+a)
- Построение графика функции y=f(x)+b
- Построение графика функции y=f(-x)
- Построение графика функции y=-f(x)
- Построение графика функции y=f(kx), 0<k<1
- Построение графика функции y=f(kx), k>1
- Построение графика функции y=kf(x), 0<k<1
- Построение графика функции y=kf(x), k>1
- Построение графика функции y=f(|x|)
- Построение графика функции y=|f(x)|

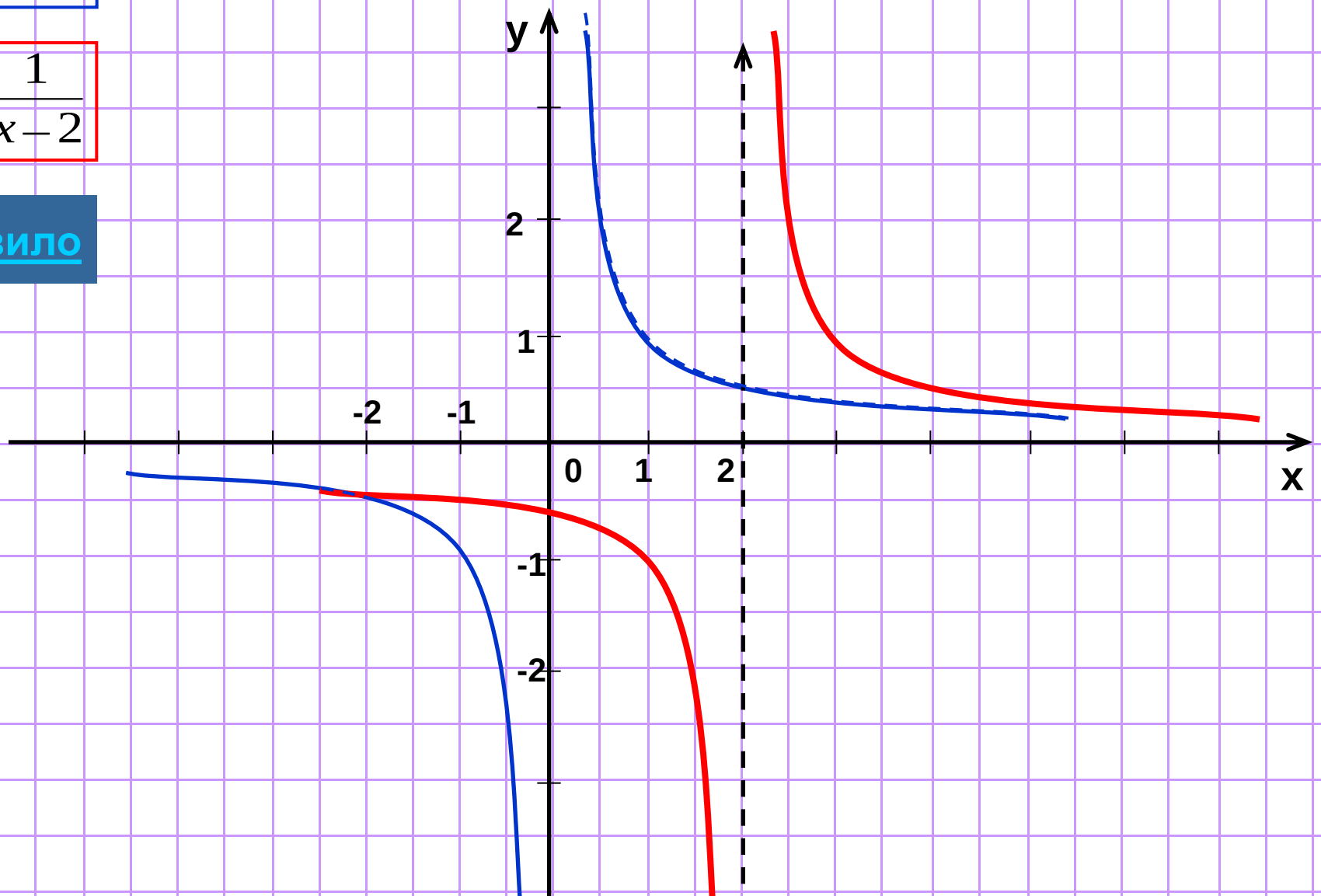
оглавление

Параллельный перенос вдоль оси абсцисс

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x-2}$$

правило

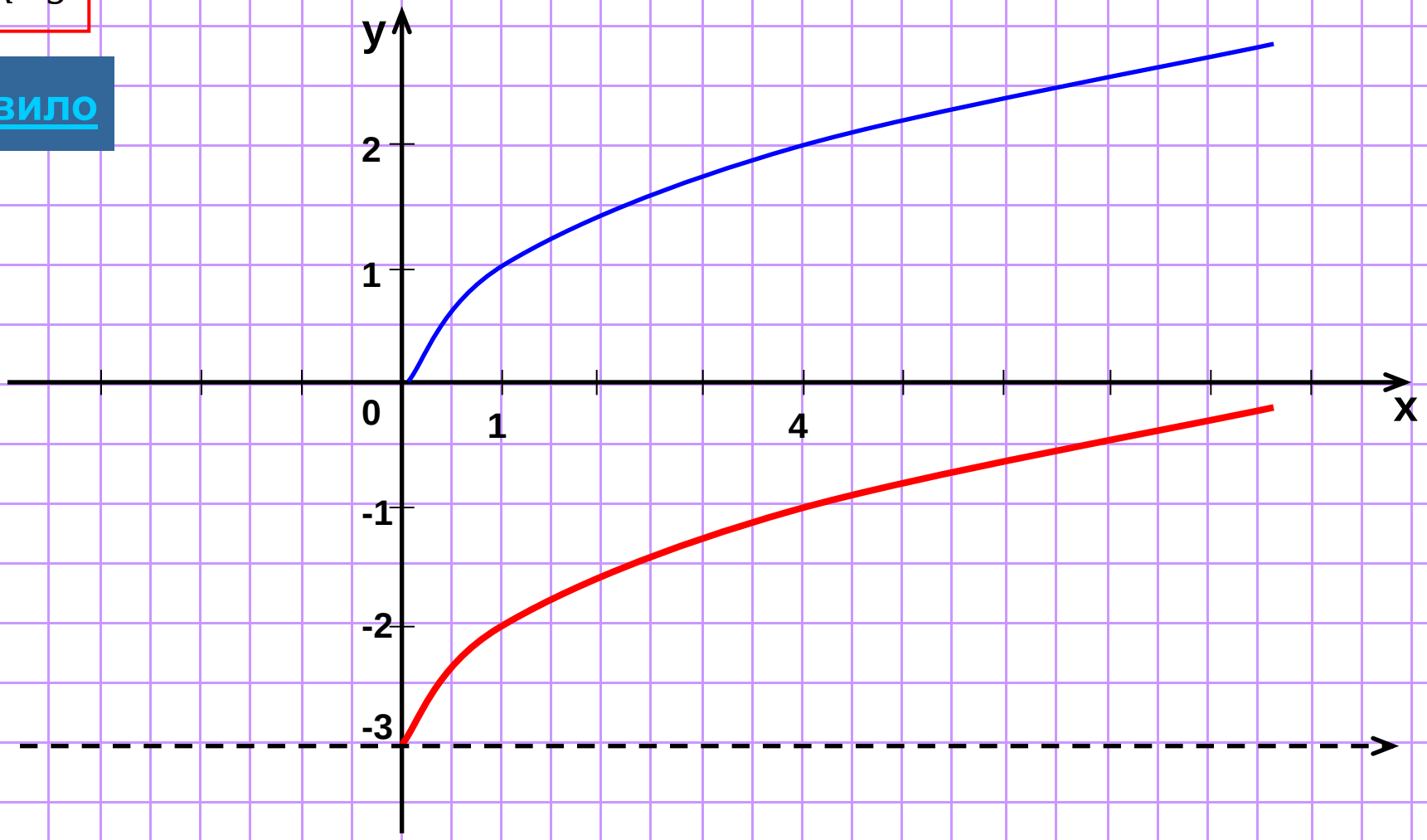


Параллельный перенос вдоль оси ординат

$y=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{x}-3$

правило

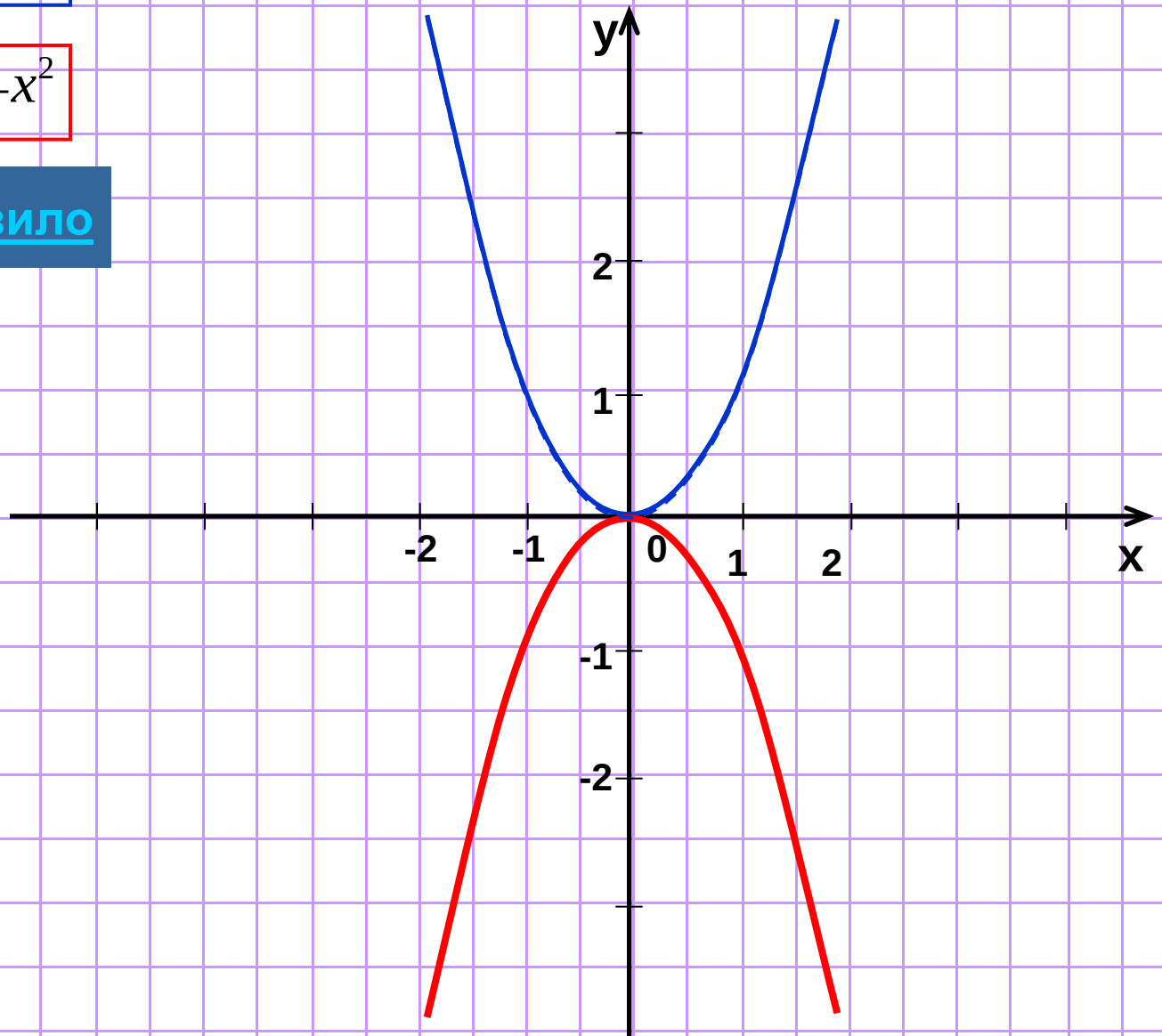


Симметричное отображение относительно оси абсцисс

$y = x^2$

$y = -x^2$

правило

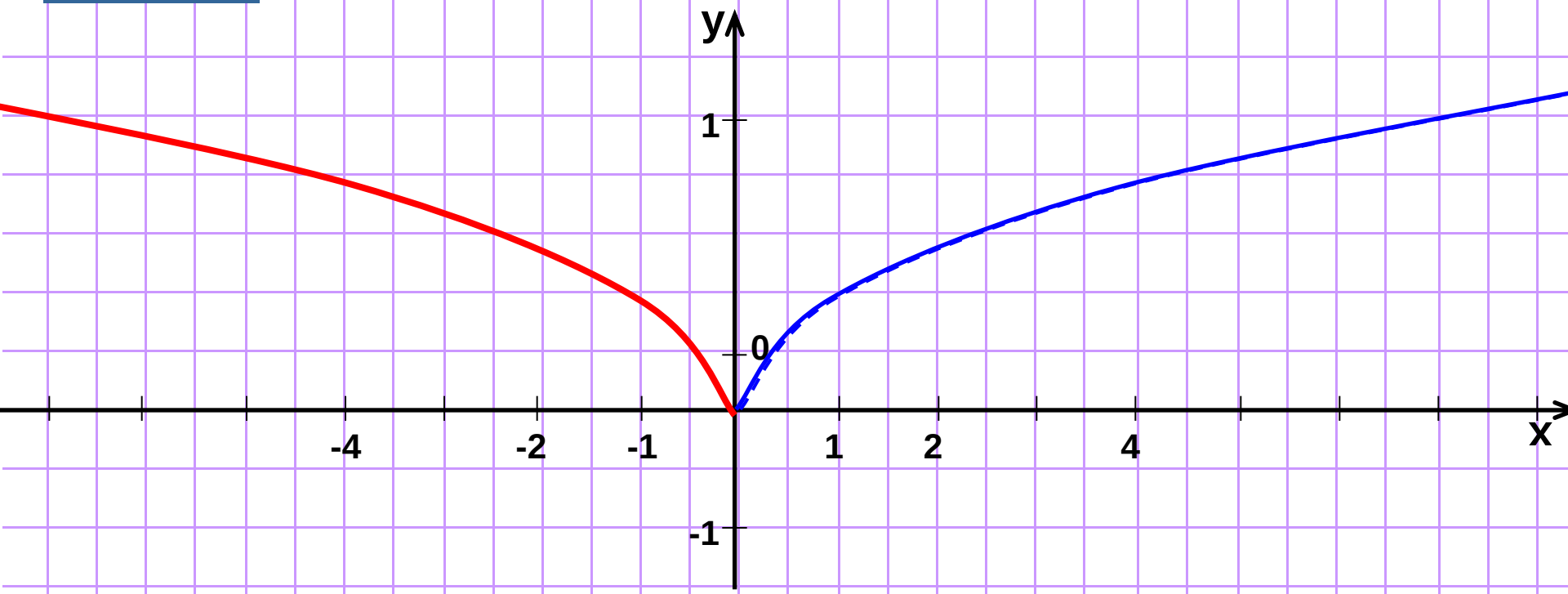


Симметричное отображение относительно оси ординат

$y=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{-x}$

правило

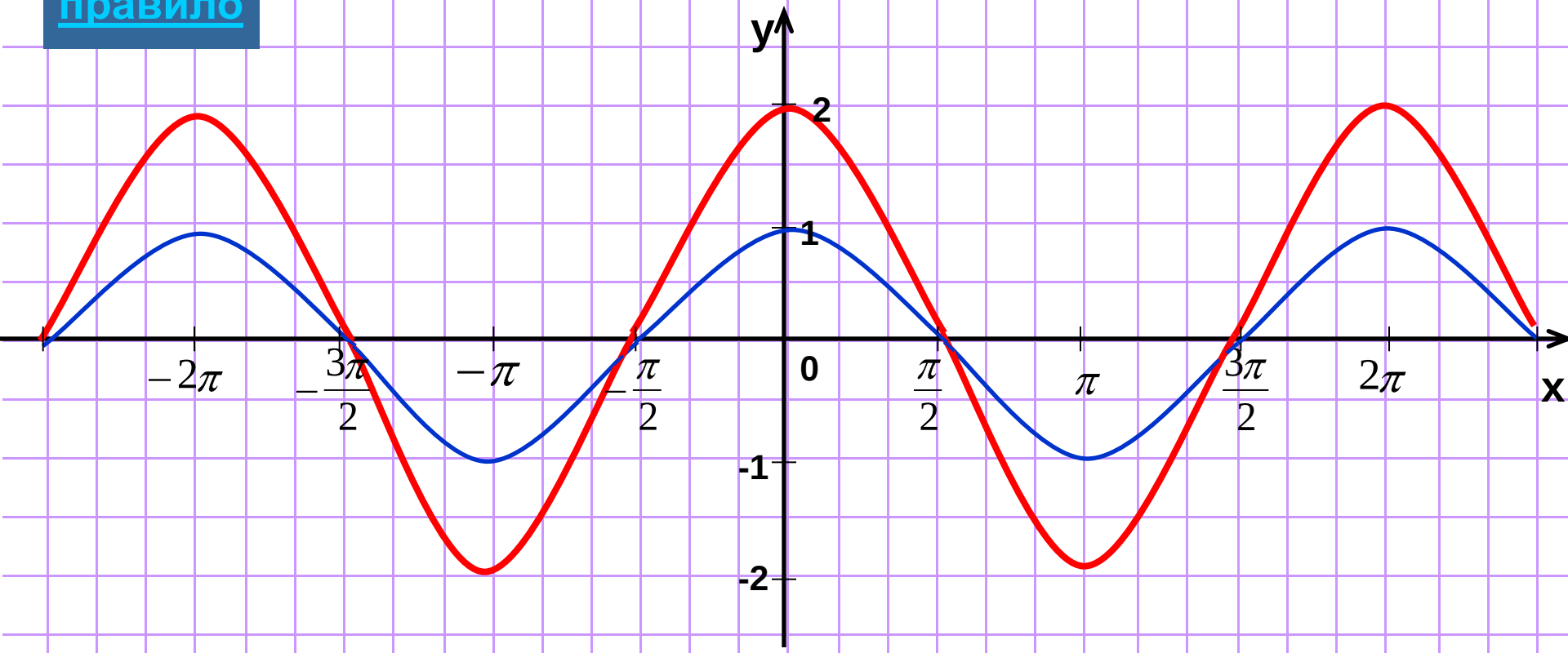


Растяжение вдоль оси ординат

$y = \cos x$

$y = 2\cos x$

правило

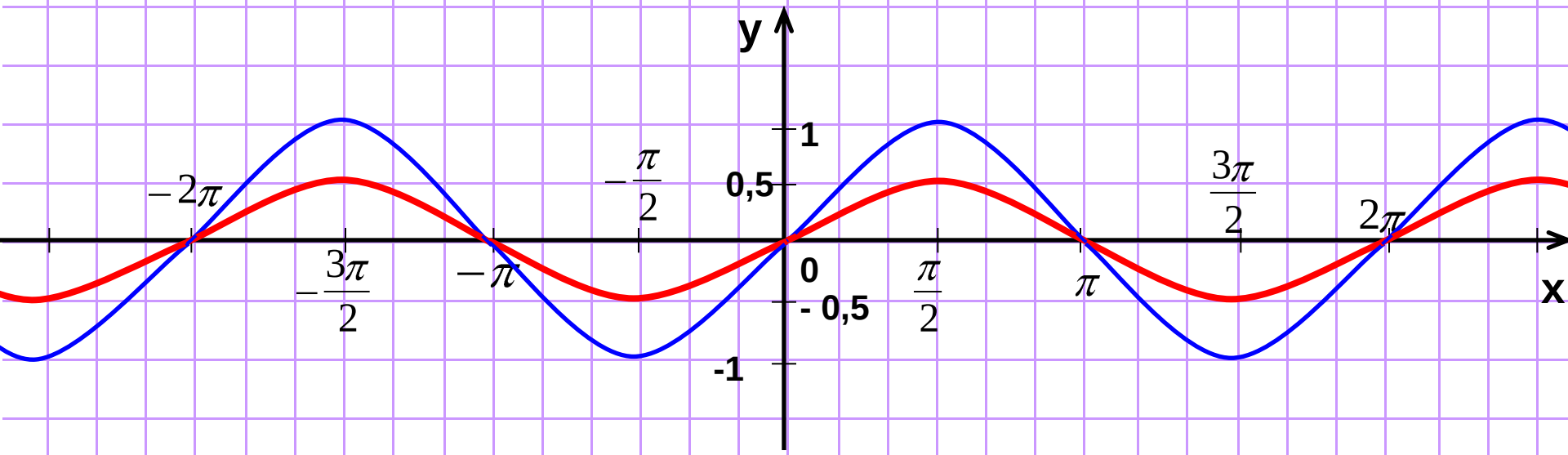


Сжатие вдоль оси ординат

$y = \sin x$

$y = 0{,}5 \sin x$

правило

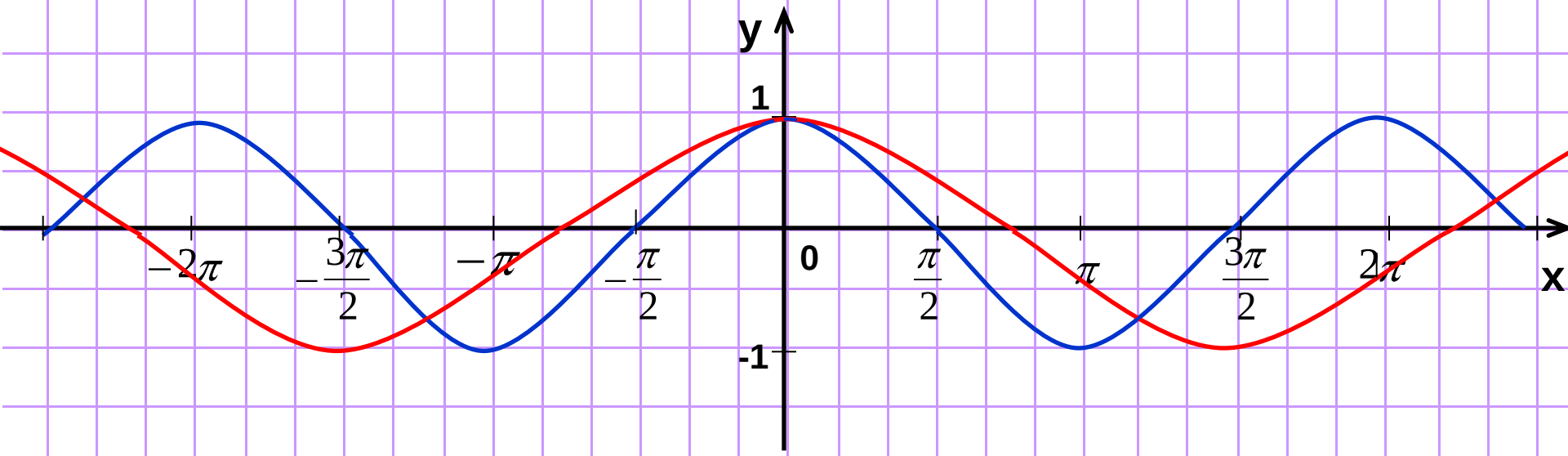


Растяжение вдоль оси абсцисс

$$y = \cos x$$

$$y = \cos\frac{2}{3}x$$

правило

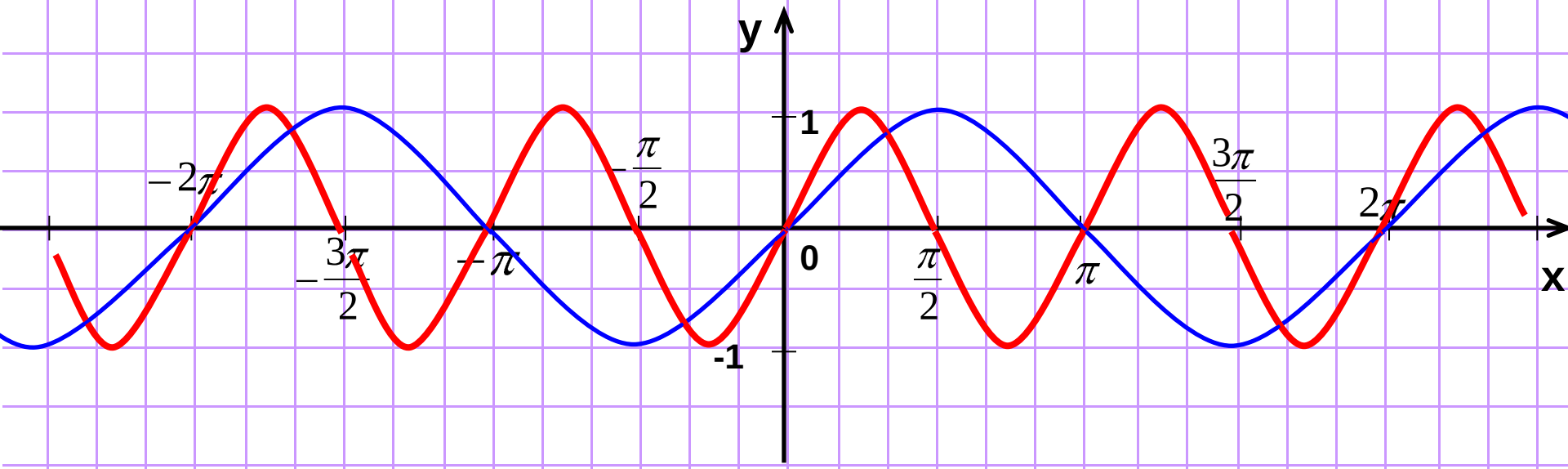


Сжатие вдоль оси абсцисс

$y = \sin x$

$y = \sin 2x$

правило

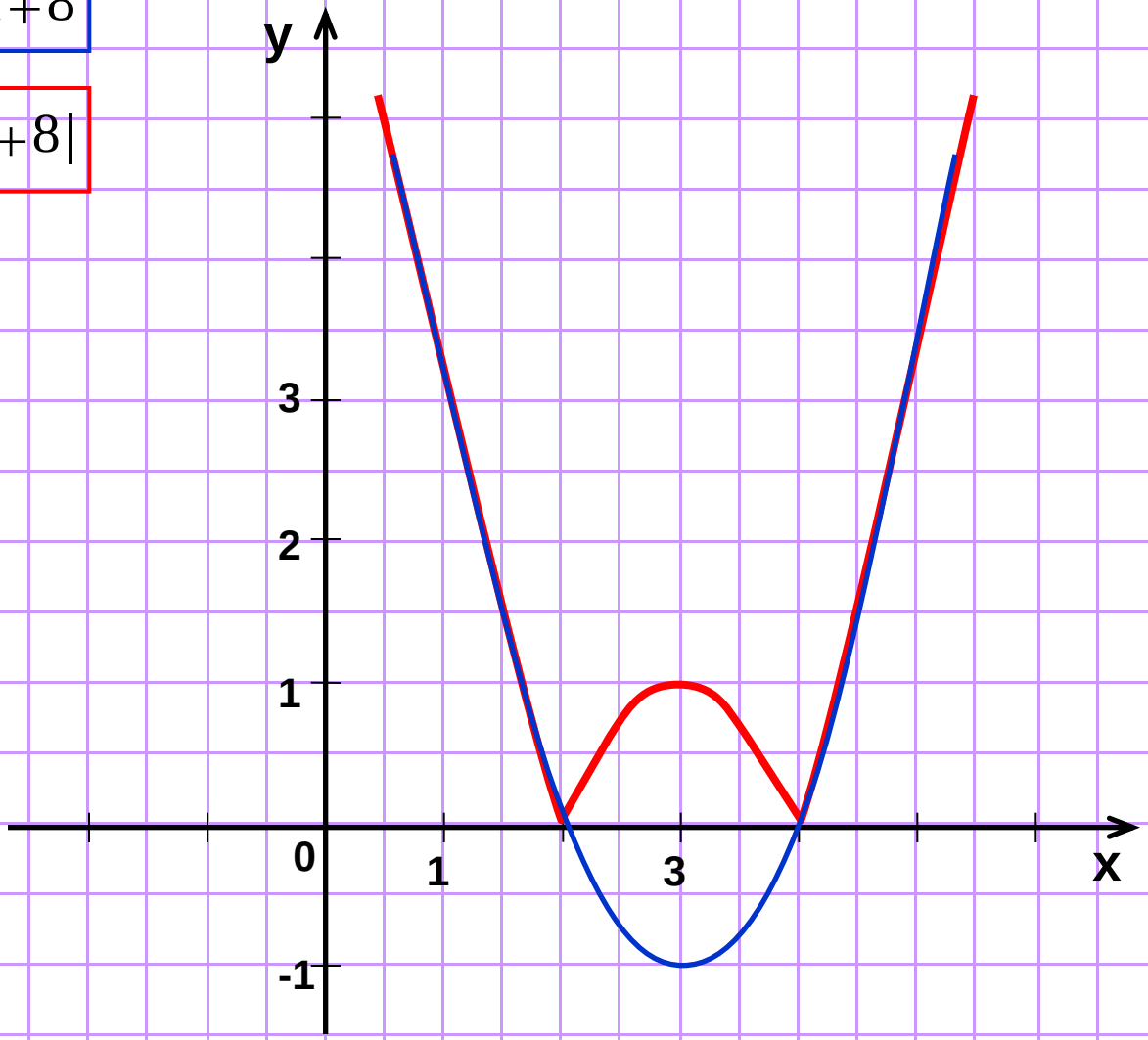


Симметричное отображение нижней части графика

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$y = |x^2 - 6x + 8|$$

правило

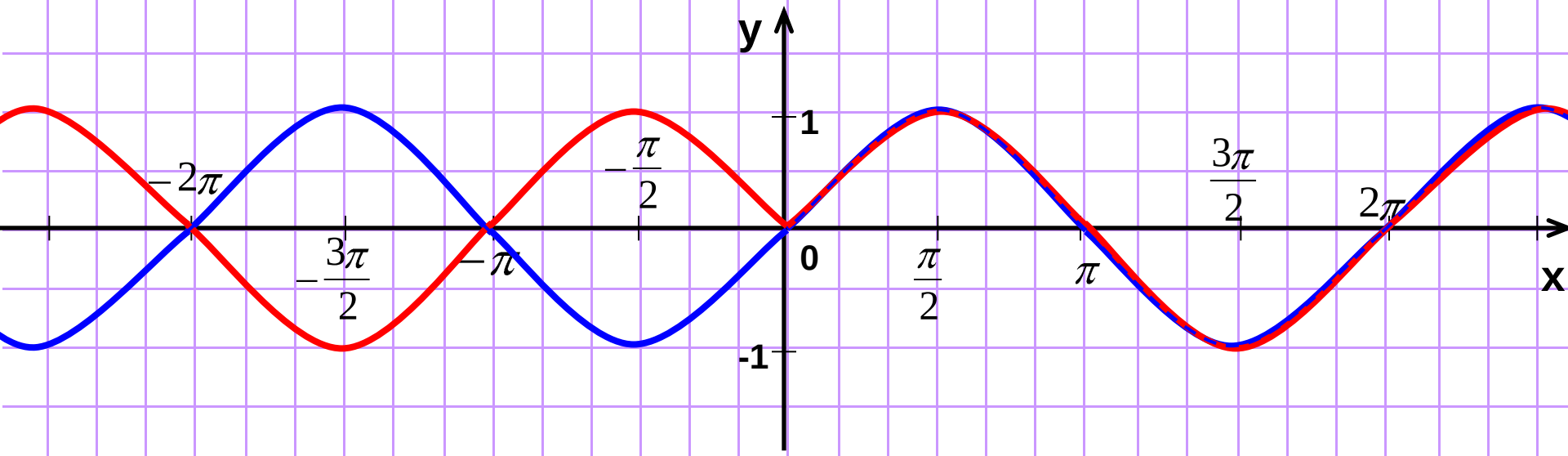


Симметричное отображение правой части графика

$y = \sin x$

$y = \sin|x|$

правило



Примеры построения графиков сложных функций

$$y = \cos 2x - 1{,}5$$

$$y = -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = \left|\left|x^2 - 4\right| - 5\right|$$

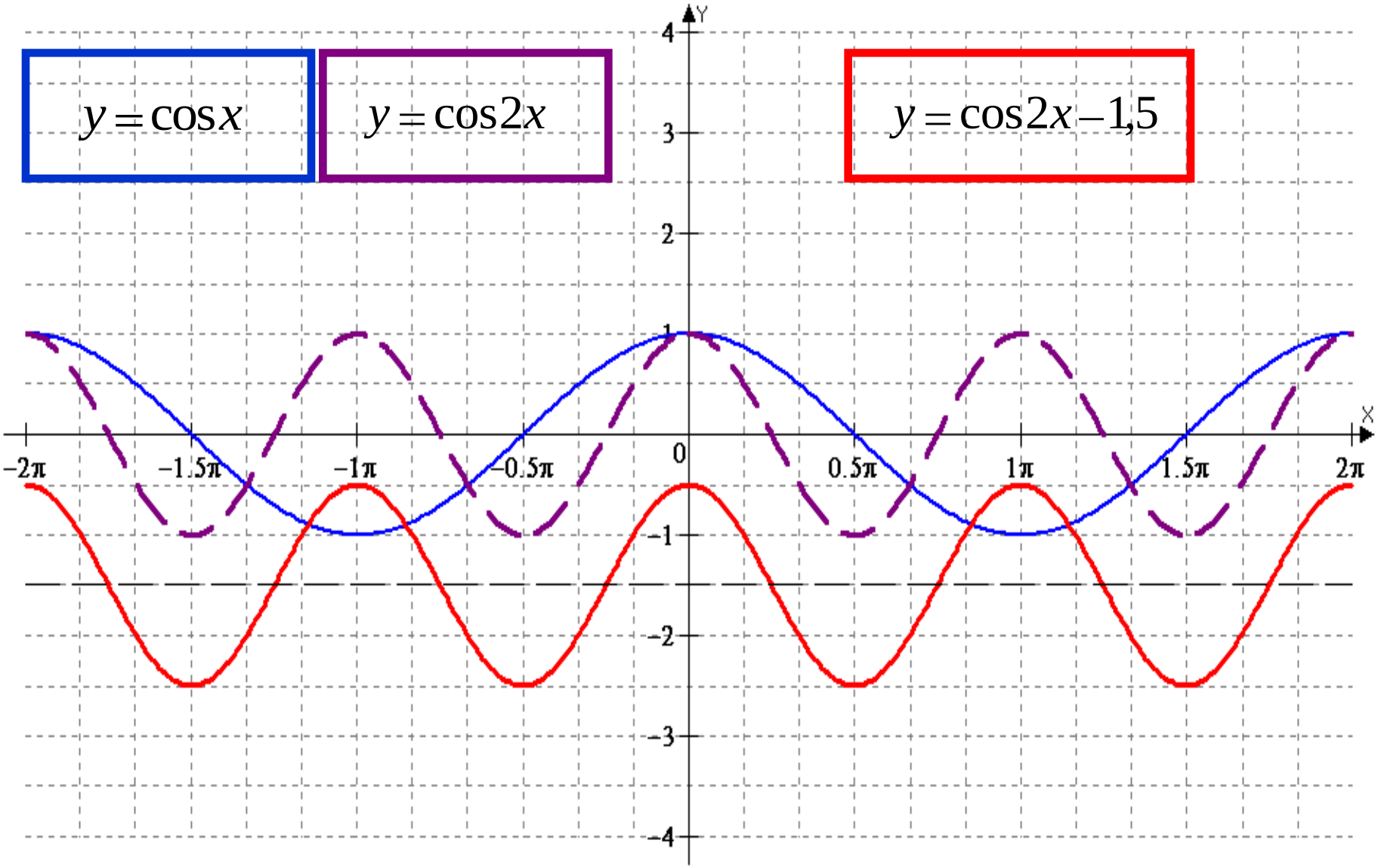
$$y = -\frac{6}{|x| - 3}$$

$$x = (y - 4)^3 + 2$$

оглавление

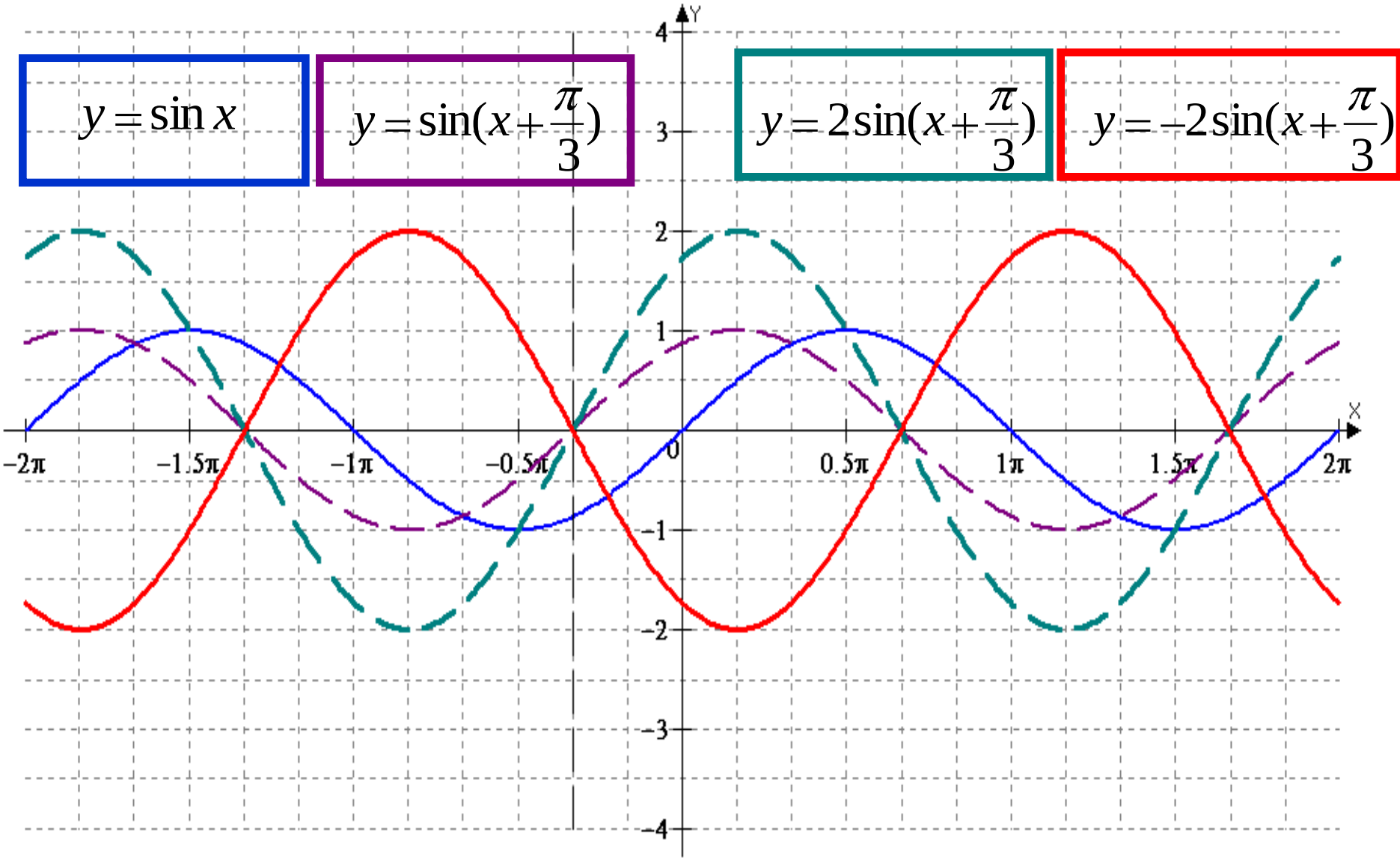
правила

$$y = \cos 2x - 1{,}5$$



правила

$$y=-2\sin(x+\frac{\pi}{3})$$



правила

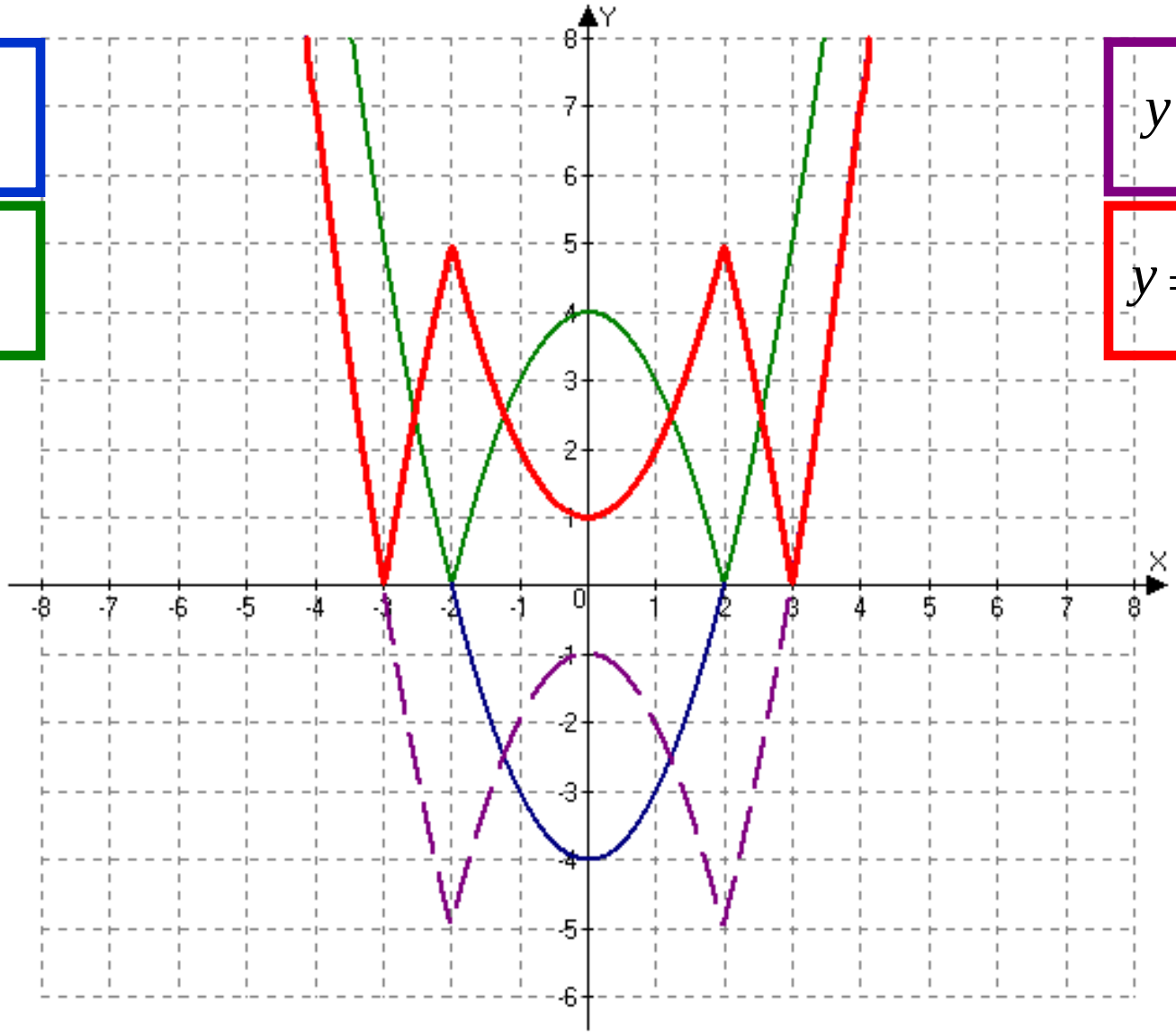
$$y = \left| \left| x^2 - 4 \right| - 5 \right|$$

$y = x^2 - 4$

$y = \left| x^2 - 4 \right|$

$y = \left| x^2 - 4 \right| - 5$

$y = \left| \left| x^2 - 4 \right| - 5 \right|$

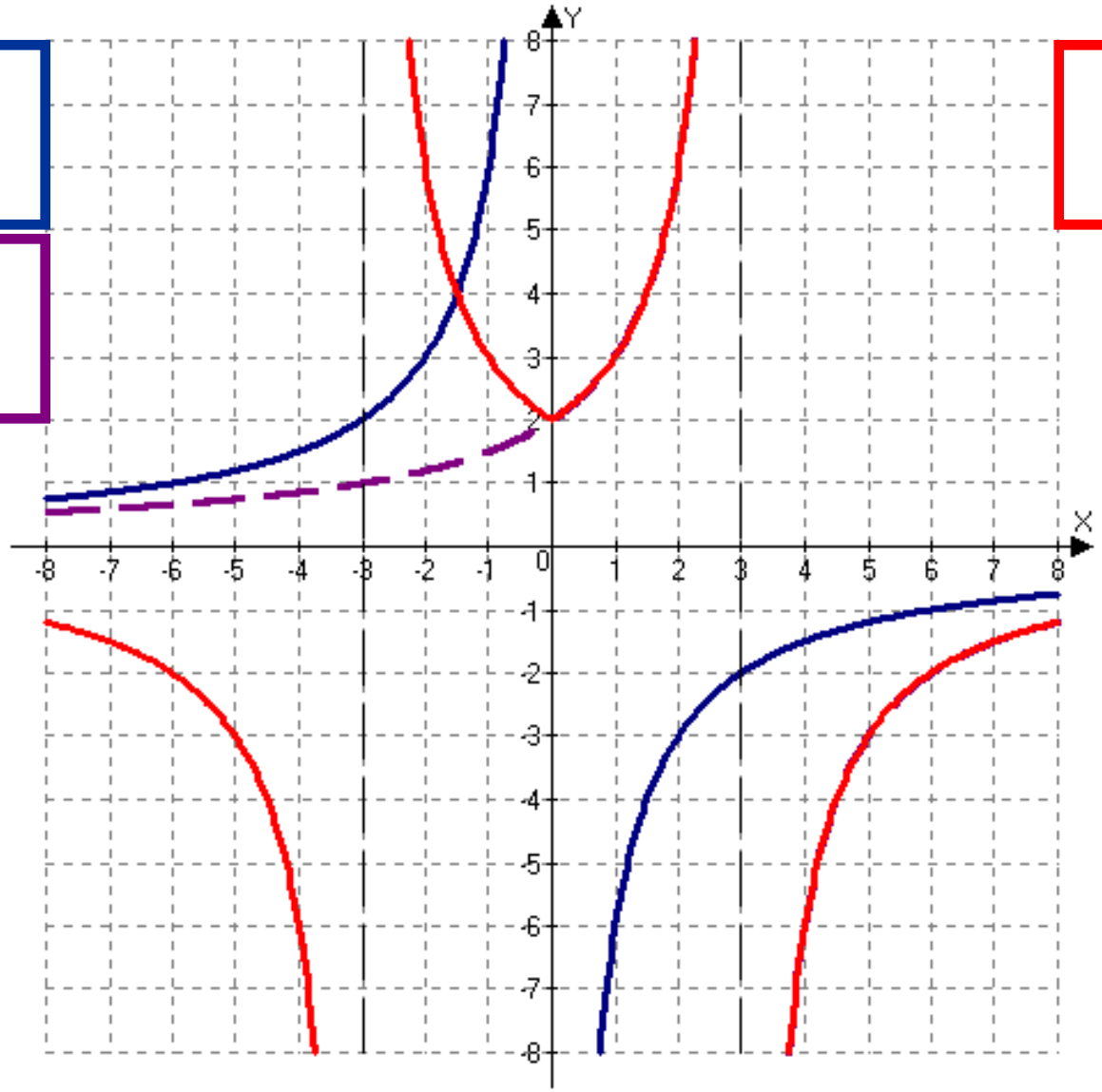


правила

$$y=-\frac{6}{|x|-3}$$

$$y=-\frac{6}{x}$$

$$y=-\frac{6}{x-3}$$

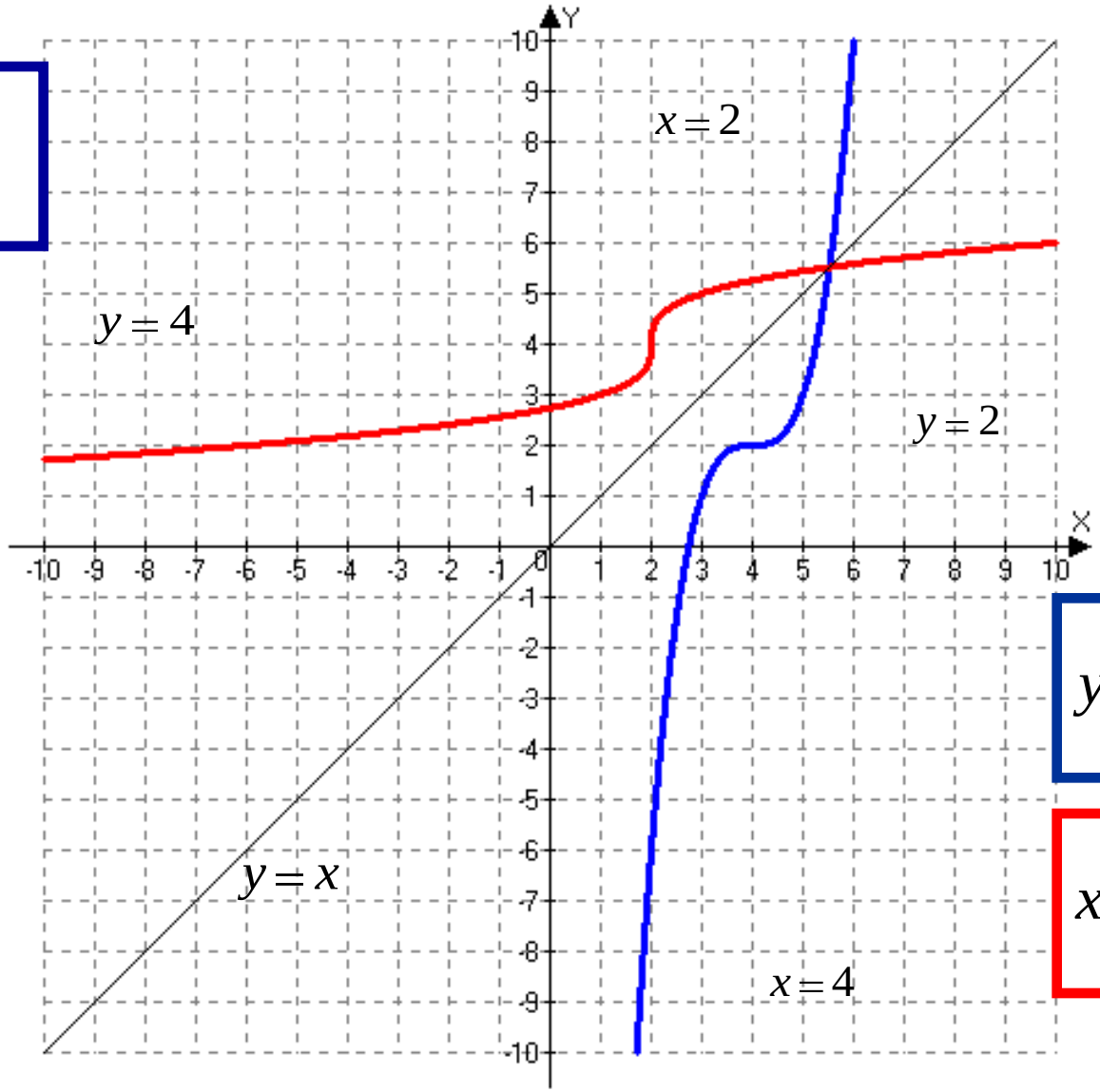


$$y=-\frac{6}{|x|-3}$$

правила

$$x=(y-4)^3+2$$

$$y=x^3$$



$$y=(x-4)^3+2$$

$$x=(y-4)^3+2$$